Hic codex fuit Donati Iannocti

N

Εὐριπίδης

I

Γεωμετρίας βιβλίον.

Geometria Euclidis

cum demonstrationibus quae vulgo

Theoni tribuuntur. Vide infra ad librum 5.

Joannis Vincentii Pinelli ex munere
Donati Jannotij:–
Euclid.

καὶ τὸ αζγ τρίγωνον, τῷ αηβ τριγώνῳ, ἴσον ἔσται· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι, ταῖς
λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ
ὑποτείνουσιν· ἡ μὲν ὑπὸ αγζ, τῇ ὑπὸ αβη· ἡ δὲ ὑπὸ αζγ, τῇ ὑπὸ αηβ·
καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ αζ, ὅλῃ τῇ αη ἐστὶν ἴση· ὧν ἡ αβ, τῇ αγ ἐστὶν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ βζ, λοιπῇ
τῇ γη ἐστὶν ἴση· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ζγ τῇ ηβ ἴση· δύο δὴ αἱ βζ ζγ, δυσὶ ταῖς γη ηβ, ἴσαι
εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βζγ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ γηβ, ἴση· καὶ βάσις αὐτῶν
κοινὴ ἡ βγ· τὸ βζγ ἄρα τρίγωνον, τῷ γηβ τριγώνῳ ἴσον ἔσται· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι,
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτεί-
νουσιν· ἴση ἐστὶν ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ βζγ, τῇ ὑπὸ γηβ· ἡ δὲ ὑπὸ βγζ, τῇ ὑπὸ γβη· ἐπεὶ
οὖν ὅλη ἡ ὑπὸ αβη γωνία, ὅλῃ τῇ ὑπὸ αγζ γωνίᾳ ἐδείχθη ἴση· ὧν ἡ ὑπὸ γβη, τῇ
ὑπὸ βγζ ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ αβγ, λοιπῇ τῇ ὑπὸ αγβ ἐστὶν ἴση· καί εἰσι πρὸς τῇ βάσει
τοῦ αβγ τριγώνου· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ζβγ, τῇ ὑπὸ ηγβ ἴση· καί εἰσιν ὑπὸ τὴν βάσιν·
τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν τριγώνων, αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· καὶ προσεκβληθει-
σῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑπο-
τείνουσαι πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ἔστω τρίγωνον, τὸ αβγ· ἴσην ἔχον τὴν ὑπὸ
αβγ γωνίαν, τῇ ὑπὸ αγβ γωνίᾳ· λέγω ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ αβ, πλευρᾷ τῇ αγ, ἐστὶν ἴση·
εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ αβ τῇ αγ, ἡ ἑτέρα αὐτῶν μείζων ἐστίν· ἔστω μείζων ἡ αβ· καὶ ἀφῃ-
ρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς αβ, τῇ ἐλάσσονι τῇ αγ ἴση, ἡ δβ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δγ·
ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ δβ τῇ αγ· κοινὴ δὲ ἡ βγ, δύο δὴ αἱ δβ βγ, δυσὶ ταῖς αγ γβ, ἴσαι
εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ δβγ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ αγβ, ἐστὶν ἴση· βάσις
ἄρα ἡ δγ, βάσει τῇ αβ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ αβγ τρίγωνον, τῷ δβγ τριγώνῳ ἴσον ἔσται·
τὸ ἔλασσον τῷ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ αβ, τῇ αγ· ἴση ἄρα·
ἐὰν ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑπο-
τείνουσαι πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις, ἄλλαι δύο εὐθεῖαι, ἴσαι ἑκατέρα ἑκα-
τέρᾳ, οὐ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ
πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις· εἰ γὰρ δυνατὸν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας
τῆς αβ, δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς αγ γβ, ἄλλαι δύο εὐθεῖαι αἱ αδ δβ, ἴσαι
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συνεστάτωσαν· πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ τῷ τε γ καὶ δ· ἐπὶ
τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι· ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν γα, τῇ δα· τὴν δὲ

[illegible]

Donati Jannotij

[illegible]

πέρας ἔχουσαι αὐτῇ, τῇ μὲν γδ τῇ δβ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γδ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ αγ τῇ αδ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αδγ, μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ αδγ τῆς ὑπὸ δγβ. πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ γδβ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ δγβ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ γβ τῇ δβ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ γδβ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δγβ. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις, ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην. ἔστω δύο τρίγωνα τὰ αβγ, δεζ, τὰς δύο πλευρὰς τὰς αβ, αγ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς δε, δζ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν αβ τῇ δε, τὴν δὲ αγ τῇ δζ· ἐχέτω δὲ καὶ βάσιν τὴν βγ βάσει τῇ εζ ἴσην. λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βαγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εδζ ἐστὶν ἴση. ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ αβγ τριγώνου ἐπὶ τὸ δεζ τρίγωνον, καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν β σημείου ἐπὶ τὸ ε σημεῖον, τῆς δὲ βγ εὐθείας ἐπὶ τὴν εζ, ἐφαρμόσει καὶ τὸ γ σημεῖον ἐπὶ τὸ ζ, διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν βγ τῇ εζ. ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς βγ ἐπὶ τὴν εζ, ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ βα, γα ἐπὶ τὰς εδ, δζ. εἰ γὰρ βάσις μὲν ἡ βγ ἐπὶ βάσιν τὴν εζ ἐφαρμόσει, αἱ δὲ βα, αγ πλευραὶ ἐπὶ τὰς εδ, δζ οὐκ ἐφαρμόσουσιν, ἀλλὰ παραλλάξουσιν ὡς αἱ εη, ηζ, συσταθήσονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις, ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι. οὐ συνίστανται δέ. οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς βγ βάσεως ἐπὶ τὴν εζ βάσιν, οὐκ ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ βα, αγ πλευραὶ ἐπὶ τὰς εδ, δζ. ἐφαρμόσουσιν ἄρα· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βαγ ἐπὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ εδζ ἐφαρμόσει, καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν. ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ βαγ· δεῖ δὴ αὐτὴν δίχα τεμεῖν. εἰλήφθω ἐπὶ τῆς αβ τυχὸν σημεῖον τὸ δ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς αγ τῇ αδ ἴση ἡ αε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε· καὶ συνεστάτω

[illegible]

[illegible]

ἐπὶ τῆς ΔΕ, τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΔΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ· λέγω ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΖ εὐθείας. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΖ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΖ δυσὶ ταῖς ΕΑ, ΑΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΖ ἴση ἐστίν. Ἡ ἄρα δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ ΒΑΓ δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΖ εὐθείας· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ι

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν. Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν. Συνεστάτω ἐπ' αὐτῆς τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία δίχα τῇ ΓΔ εὐθείᾳ· λέγω ὅτι ἡ ΑΒ εὐθεῖα δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ σημεῖον. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΔ, δύο δὴ αἱ ΑΓ, ΓΔ δύο ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση ἐστί· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΒΔ ἴση ἐστίν. Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ια

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τὸ Γ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ κείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΓΕ, καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΔΕ τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΖΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ· λέγω ὅτι τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΖΓ. Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΓ τῇ ΓΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΖ, δύο δὴ αἱ ΔΓ, ΓΖ δυσὶ ταῖς ΕΓ, ΓΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΕ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΓΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ ἴση ἐστί· καί εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΔΓΖ, ΖΓΕ. Τῇ ἄρα δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΖΓ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιβ

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄπειρος ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, τὸ Γ· δεῖ δὴ ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τῆς ΑΒ εὐθείας τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Γ διαστήματι δὲ τῷ ΓΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΖΗ, καὶ τετμήσθω ἡ ΕΗ εὐθεῖα δίχα κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΗ, ΓΘ, ΓΕ εὐθεῖαι· λέγω ὅτι ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ ΓΘ,

[illegible]

[illegible]

κοινὴ δὲ ἡ θε· δύο δὴ αἱ ηθ θε, δύο ταῖς ζθ θε ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ηε βάσει τῇ εζ ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ εθη γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εθζ ἐστὶν ἴση· καί εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστί· καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα, κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν. ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν αβ, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ γ, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ γθ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ἐὰν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει. εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, ἐπ' εὐθεῖαν τὴν γδ σταθεῖσα, γωνίας ποιείτω τὰς ὑπὸ γβα, αβδ. λέγω ὅτι αἱ ὑπὸ γβα αβδ γωνίαι, ἤτοι δύο ὀρθαί εἰσιν, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ γβα τῇ ὑπὸ αβδ, δύο ὀρθαί εἰσιν. εἰ δὲ οὔ, ἤχθω ἀπὸ τοῦ β σημείου τῇ γδ πρὸς ὀρθάς, ἡ βε· αἱ ἄρα ὑπὸ γβε εβδ, δύο ὀρθαί εἰσιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ γβε δυσὶ ταῖς ὑπὸ γβα αβε ἴση ἐστί, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ εβδ· αἱ ἄρα ὑπὸ γβε εβδ, τρισὶ ταῖς ὑπὸ γβα αβε εβδ ἴσαι εἰσί. πάλιν ἐπεὶ ἡ ὑπὸ δβα δυσὶ ταῖς ὑπὸ δβε εβα ἴση ἐστί, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ αβγ· αἱ ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ δβα αβγ, τρισὶ ταῖς ὑπὸ δβε εβα αβγ ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ γβε εβδ, τρισὶ ταῖς αὐταῖς ἴσαι· τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ αἱ ὑπὸ γβε εβδ ἄρα, ταῖς ὑπὸ δβα αβγ ἴσαι εἰσίν· ἀλλ' αἱ ὑπὸ γβε εβδ, δύο ὀρθαί εἰσι· καὶ αἱ ὑπὸ δβα αβγ ἄρα, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[illegible]

[illegible]

ιδ Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι ταῖς ἐφεξῆς γωνίαις δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. πρὸς γάρ τινι εὐθείᾳ τῇ αβ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ β, δύο εὐθεῖαι αἱ βγ. βδ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ αβγ. αβδ, δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιείτωσαν· λέγω ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τῇ βγ ἡ βδ. εἰ γὰρ μή ἐστι τῇ βγ ἐπ' εὐθείας ἡ βδ, ἔστω τῇ γβ ἐπ' εὐθείας ἡ βε. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ αβ ἐπ' εὐθεῖαν τὴν γβε ἐφέστηκεν, αἱ ἄρα ὑπὸ αβγ. αβε γωνίαι, δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ αβγ. αβδ, δύο ὀρθαῖς ἴσαι· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ αβγ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ αβε λοιπῇ τῇ ὑπὸ αβδ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ βε τῇ γβ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς βδ· ἐὰν ἄρα πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι ταῖς ἐφεξῆς γωνίαις δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσι. δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ αβ. γδ, τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ ε σημεῖον· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ αεγ γωνία τῇ ὑπὸ δεβ, ἡ δὲ ὑπὸ γεβ τῇ ὑπὸ αεδ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ αε ἐπ' εὐθεῖαν τὴν γδ ἐφέστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ γεα. αεδ· αἱ ἄρα ὑπὸ γεα. αεδ γωνίαι, δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί. πάλιν ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ δε ἐπ' εὐθεῖαν τὴν αβ ἐφέστηκε, γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ αεδ. δεβ, αἱ ἄρα ὑπὸ αεδ. δεβ γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ γεα. αεδ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ γεα. αεδ, ταῖς ὑπὸ αεδ. δεβ, ἴσαι εἰσί. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ αεδ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ γεα λοιπῇ τῇ ὑπὸ βεδ, ἴση ἐστίν. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι καὶ

[illegible]

[illegible]

αἱ ὑπὸ ΓΕΒ, ΔΕΑ ἴσαι εἰσί· ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας,
τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι. Πόρισμα· ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ὁσαιδη-
ποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας κατὰ τι σημεῖον, τὰς πρὸς
τῷ σημείῳ γωνίας τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν.

ιϛ Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς
γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστίν.
Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρά,
ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· λέγω ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ μείζων
ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, τῶν ὑπὸ ΓΒΑ,
ΒΑΓ γωνιῶν. Τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα
ἡ ΒΕ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ κείσθω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΕΖ, καὶ ἐπε-
ζεύχθω ἡ ΖΓ, καὶ διήχθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Η. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΕ
τῇ ΕΓ, ἡ δὲ ΒΕ τῇ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΒ, δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΖ, ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΒ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΓ, ἴση
ἐστί· κατὰ κορυφὴν γάρ· βάσις ἄρα ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστί,
καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΖΕΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι
ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση
ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΕ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ. μείζων δέ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΕΓΔ τῆς
ὑπὸ ΕΓΖ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ. ὁμοίως δὴ τῆς ΒΓ
τετμημένης δίχα, δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, μείζων
καὶ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ. Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθεί-
σης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[illegible]

[illegible] δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττους [illegible] ἀμφοτέρας [illegible] τὰς ἄλλας [illegible]

[illegible] δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν [illegible]

[illegible]

ιζ'

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· λέγω ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ ΑΒΓ. (διὰ τὸ ιϛ') κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ μείζονές εἰσιν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ (διὰ τὸ ιγ') δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΒ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ. Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει. Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ μείζονα ἔχον τὴν ΑΓ τῆς ΑΒ· λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΓΑ. ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ, κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΔ (διὰ τὸ γ'), καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΒΓΔ ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΒ (διὰ τὸ ιϛ'), μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ ΔΓΒ· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΑΔΒ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ ΑΒ τῇ ΑΔ ἐστὶν ἴση· μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ. Παντὸς ἄρα τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει. Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΒΓΑ· λέγω ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ ΑΓ πλευρᾶς τῆς ΑΒ μείζων ἐστίν. εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ, ἢ ἐλάσσων. ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ. οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ· (διὰ τὸ ιη') ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα

[illegible] τὸ ιθ' θεώρημα ἀντιστροφή ἐστι τοῦ ιη' [illegible]

[illegible]

ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ· ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἴση ἐστί· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ
τῆς ΑΒ. Παντὸς ἄρα τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· λέγω ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· αἱ μὲν ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ, αἱ δὲ ΑΒ, ΒΓ τῆς ΑΓ, αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ. Διήχθω γὰρ ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον, καὶ κείσθω τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΔ τῆς ὑπὸ ΑΔΓ. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΔΓΒ, μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΒΔΓ, ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, ἡ ΔΒ ἄρα τῆς ΒΓ ἐστὶ μείζων. ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ· μείζονες ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ μὲν ΑΒ, ΒΓ τῆς ΓΑ μείζονές εἰσιν, αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ. Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι. Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΒΓ ἀπὸ τῶν περάτων τῶν Β, Γ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάτωσαν αἱ ΒΔ, ΔΓ· λέγω ὅτι αἱ ΒΔ, ΔΓ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τῶν ΒΑ, ΑΓ ἐλάσσονες μέν εἰσι, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσι τὴν ὑπὸ ΒΔΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. Διήχθω γὰρ ἡ ΒΔ ἐπὶ τὸ Ε. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, τοῦ ΑΒΕ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΑΒ, ΑΕ τῆς ΒΕ μείζονές εἰσι· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΓ· αἱ ἄρα ΒΑ, ΑΓ τῶν ΒΕ, ΕΓ μείζονές εἰσι. πάλιν ἐπεὶ τοῦ ΓΕΔ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΓΕ, ΕΔ τῆς ΓΔ μείζονές εἰσι, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΔΒ· αἱ ἄρα ΓΕ, ΕΒ τῶν ΓΔ, ΔΒ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ τῶν ΒΕ, ΕΓ μείζονες ἐδείχθησαν αἱ ΒΑ, ΑΓ· πολλῷ ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῶν ΒΔ, ΔΓ μείζονές εἰσι. πάλιν ἐπεὶ παντὸς τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστί, τοῦ ΓΔΕ ἄρα τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΓΕΔ. διὰ ταὐτὰ τοίνυν καὶ τοῦ ΑΒΕ τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. ἀλλὰ τῆς ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐδείχθη ἡ ὑπὸ ΒΔΓ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. Ἐὰν ἄρα τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μέν εἰσι, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τοῦτο τὸ κβʹ πρόβλημά ἐστι· [illegible] ἀπὸ τῶν θεωρημάτων, αὐτὸ τὸ πρόβλημα μὴ ἐκλύηται ἢ ἀποδείξηται, [illegible] τρίγωνον συστήσασθαι [illegible] ἀπὸ τῶν δοθεισῶν [illegible] ἴσων αὐταῖς ταῖς δεδομέναις· δεῖ [illegible] τὰς [illegible] τὸ δʹ τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι τὰς δύο πάντῃ μεταλαμβανομένας· παντὸς γὰρ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ μείζονές εἰσι τῆς λοιπῆς [illegible] προσθήκη [illegible] τῆς λοιπῆς μείζων [illegible] τρίγωνον ἐκ τῶν ἴσων αὐταῖς [illegible] προβλημάτων [illegible] τοῦτο, τῶν διωρισμῶν [illegible] θεωρημάτων [illegible] τῶν προβλημάτων [illegible] δυνατόν ἐστιν [illegible] εὐθειῶν [illegible] ἴσων ταῖς δοθείσαις [illegible] πάντῃ μεταλαμβανομένων, διωρισμὸς [illegible] τὸ πρόβλημα [illegible] μείζονας [illegible] τῆς λοιπῆς πάντῃ μεταλαμβανομένας [illegible] μείζον, ἢ ἴσαι [illegible] ἔλαττον [illegible] οὐ συμβάλλουσιν ἀλλήλοις, ἀλλὰ μόνον ἐφάπτονται [illegible] ἴση ἐστὶ τῇ ζκ [illegible] ηθ ἴση τῇ ηκ, ὥστε [illegible] ζη, μία ἐστὶν [illegible] τρίγωνον [illegible] ἐλάσσους τῆς [illegible] ἴσαι ταῖς [illegible] συνίσταται τὸ δʹ [illegible] ἴση ἐστὶ τῇ ζκ [illegible] ηθ, ἴση τῇ ηκ· ὥστε μείζων ἡ ζη τῶν ζκ κη· λοιπὸν [illegible] μείζονα [illegible] ἀλλήλοις [illegible] μείζονος [illegible] κζη [illegible] μείζων [illegible]:-

κβʹ Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις, τρίγωνον συστήσασθαι· δεῖ δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας· διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας. ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι, αἱ αβγ· ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες ἔστωσαν πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· αἱ μὲν α β, τῆς γ· αἱ δὲ α γ, τῆς β· καὶ ἔτι αἱ β γ, τῆς α· δεῖ δὴ ἐκ τῶν ἴσων ταῖς αβγ, τρίγωνον συστήσασθαι. ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ δε, πεπερασμένη μὲν κατὰ τὸ δ, ἄπειρος δὲ κατὰ τὸ ε· καὶ κείσθω τῇ μὲν α ἴση ἡ δζ· τῇ δὲ β, ἴση ἡ ζη· τῇ δὲ γ, ἴση ἡ ηθ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ ζ, διαστήματι δὲ τῷ ζδ, κύκλος γεγράφθω ὁ δκλ· καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ η, διαστήματι δὲ τῷ ηθ, κύκλος γεγράφθω ὁ κλθ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ κζ κη. λέγω ὅτι ἐκ τριῶν εὐθειῶν τῶν ἴσων ταῖς αβγ, τρίγωνον συνέσταται τὸ κζη. ἐπεὶ γὰρ τὸ ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ δκλ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ζδ τῇ ζκ· ἀλλὰ ἡ ζδ τῇ α ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ τὸ η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ λκθ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ηθ τῇ ηκ· ἀλλ' ἡ ηθ τῇ γ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ κη ἄρα τῇ γ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ζη τῇ β ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ κζ ζη ηκ, τρισὶ ταῖς αβγ ἴσαι εἰσίν. ἐκ τριῶν ἄρα εὐθειῶν τῶν κζ ζη ηκ, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις ταῖς αβγ, τρίγωνον συνέσταται τὸ κζη· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

κγʹ Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ, ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι. ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ· τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ σημεῖον, τὸ α· ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος, ἡ ὑπὸ δγε· δεῖ δὴ πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ αβ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ δγε, ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι. εἰλήφθω ἐφ' ἑκατέρας τῶν γδ, γε, τυχόντα σημεῖα τὰ δ ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε.

κγʹ Τὸ κγʹ πρόβλημά ἐστι [illegible] γωνίας ἴσης [illegible] εὐθυγράμμου.

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ [illegible] τοῦ κγʹ προβλήματος [illegible] οἷον αἱ δύο πλευραί, ἴσαι [illegible] καὶ αἱ γωνίαι [illegible] ἴσαι:-

Τὸ κδ΄ θεώρημα ἐστὶ μὲν [illegible] τοῦ δ΄ θεωρήματος [illegible] ἀνισότητας [illegible] ἰσότητα [illegible]
[illegible] δύο πλευραὶ ἔχοντα ἴσας ἑκατέραν ἑκατέρᾳ [illegible] γωνίᾳ [illegible]
[illegible] ἰσότητα [illegible] ἰσότητα τῶν βάσεων [illegible] βάσεων ἰσότητι [illegible] ἀκόλουθον [illegible]
[illegible] ἰσότητα [illegible] ἀνισότητα τῶν βάσεων. τοῦτο δὲ τὸ θεώρημα [illegible] ἀντιστροφον [illegible] ἴσας
[illegible] γωνίαι [illegible] ἀνίσους [illegible] ἀποδείκνυσι τὰς βάσεις. τοῦτο δὲ ὁμοίως ταῖς γωνίαις ἀνίσους [illegible]
[illegible] θεώρημα [illegible] τῶν βάσεων [illegible] τὰς γωνίας [illegible] βάσεις [illegible] ἀνισότητος [illegible] πάλιν

καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς γδ, δε, εγ, τρίγωνον συνεστάτω τὸ αζη, ὥστε
ἴσην εἶναι τὴν μὲν γδ τῇ αζ, τὴν δὲ γε τῇ αη, καὶ ἔτι τὴν δε τῇ ζη. ἐπεὶ οὖν δύο αἱ δγ, γε
δύο ταῖς ζα, αη ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ βάσις ἡ δε βάσει τῇ ζη ἴση, γωνία ἄρα ἡ
ὑπὸ δγε γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζαη ἐστὶν ἴση. πρὸς ἄρα τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ αβ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ
σημείῳ τῷ α, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ δγε, ἴση γωνία εὐθύγραμμος
συνίσταται ἡ ὑπὸ ζαη. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν
τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βά-
σεως μείζονα ἕξει. ἔστω δύο τρίγωνα τὰ αβγ, δεζ, τὰς δύο πλευρὰς τὰς αβ, αγ, ταῖς δυσὶ πλευ-
ραῖς ταῖς δε, δζ, ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν αβ τῇ δε, τὴν δὲ αγ τῇ δζ, γωνία δὲ
ἡ ὑπὸ βαγ γωνίας τῆς ὑπὸ εδζ μείζων ἔστω. λέγω ὅτι καὶ βάσις ἡ βγ βάσεως τῆς εζ μεί-
ζων ἐστίν. ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ βαγ γωνία τῆς ὑπὸ εδζ γωνίας, συνεστάτω πρὸς τῇ
δε εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ δ τῇ ὑπὸ βαγ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ εδη.
καὶ κείσθω ὁποτέρᾳ τῶν αγ, δζ ἴση ἡ δη, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εη, ζη. ἐπεὶ οὖν ἴση
ἐστὶν ἡ μὲν αβ τῇ δε, ἡ δὲ αγ τῇ δη, δύο δὴ αἱ βα, αγ, δυσὶ ταῖς εδ, δη, ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βαγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εδη ἴση ἐστί. βάσις
ἄρα ἡ βγ βάσει τῇ εη ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ δη τῇ δζ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία
ἡ ὑπὸ δηζ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δζη. μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ δζη τῆς ὑπὸ εηζ. πολλῷ
ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ εζη τῆς ὑπὸ εηζ. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ εζη μεῖζον
ἔχον τὴν ὑπὸ εζη γωνίαν τῆς ὑπὸ εηζ, ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ
μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, μείζων ἄρα καὶ πλευρὰ ἡ εη τῆς εζ.
ἴση δὲ ἡ εη τῇ βγ. μείζων ἄρα καὶ ἡ βγ τῆς εζ. ἐὰν ἄρα δύο
τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ
ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ
τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν
τῆς βάσεως μείζονα ἕξει. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ,
τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα
ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην. ἔστω δύο τρίγωνα τὰ αβγ, δεζ,
τὰς δύο πλευρὰς τὰς αβ, αγ, ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς δε, δζ, ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν
ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν αβ τῇ δε, τὴν δὲ αγ τῇ δζ, βάσις δὲ ἡ βγ βάσεως τῆς εζ μείζων
ἔστω. λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βαγ γωνίας τῆς ὑπὸ εδζ μείζων ἐστίν.

[illegible]

[illegible] οὕτως· ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἤτοι ἴση ἐστὶν ἢ ἐλάσσων· ἀλλὰ μὴν οὔτε ἴση ἐστὶν οὔτε ἐλάσσων· μείζων ἄρα [illegible]

ἢ ἴση ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ· ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ· ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἴση· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ. Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

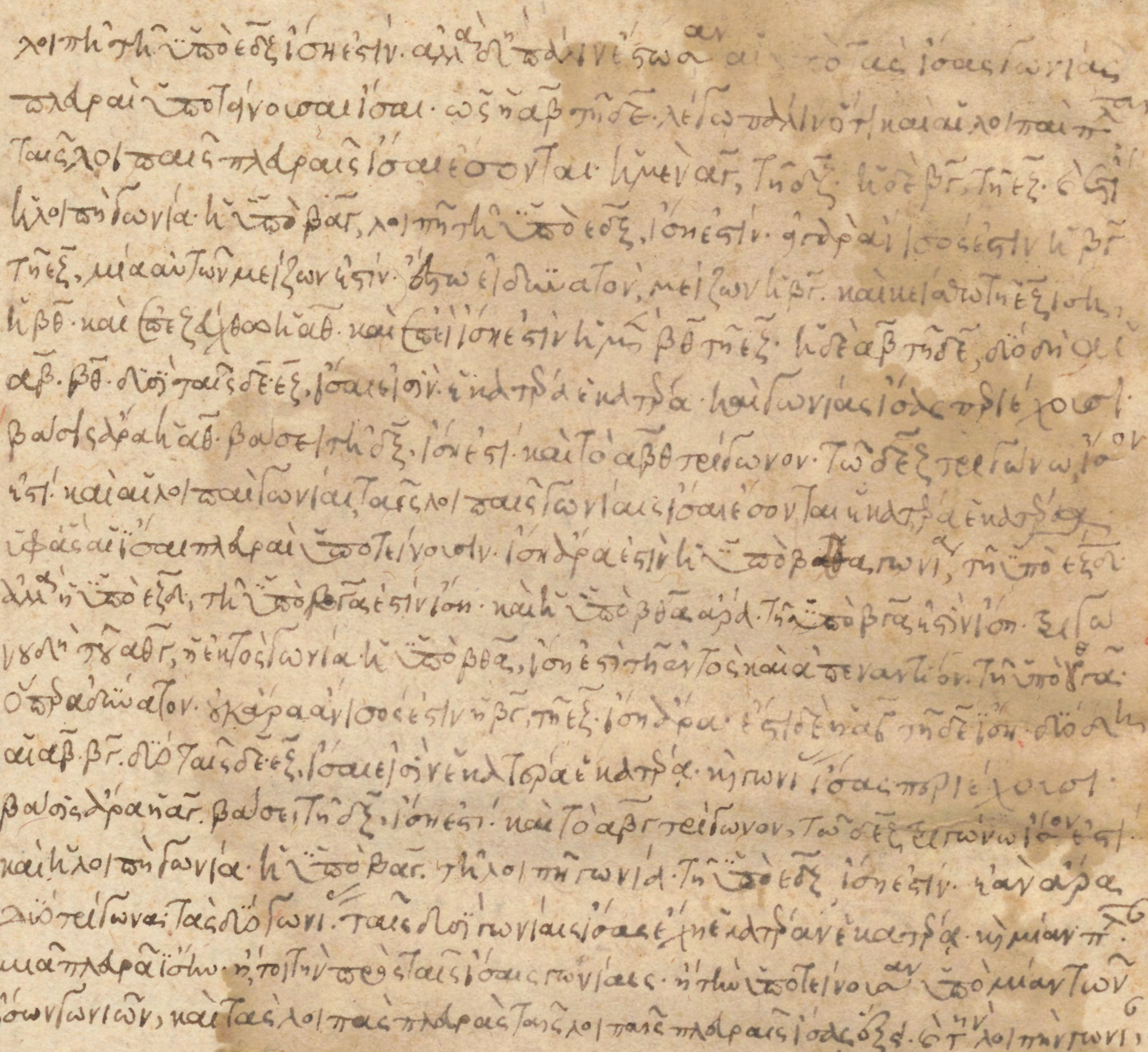
κϛ

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ. Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΕΖ, ΕΖΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ· ἐχέτω δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, πρότερον τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· λέγω ὅτι καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ, τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ. εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΑΒ, καὶ κείσθω τῇ ΔΕ ἴση ἡ ΗΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΓ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΗ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΒΗ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση ἐστί· βάσις ἄρα ἡ ΗΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστί, καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. ἀλλ᾽ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἴση ἐστίν, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ· ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ ἴση· δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστί, καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ

[illegible]

ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ· [illegible] τῆς ὑπὸ ΕΔΖ γωνίας [illegible] μείζων ἄρα

κϛ [illegible]



προ... περὶ παραλλήλων

κζ [illegible]

κζ

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς αβ, γδ, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ εζ, τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ αεζ, εζδ ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω. λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ αβ τῇ γδ. εἰ γὰρ μή, ἐκβαλλόμεναι αἱ αβ, γδ, συμπεσοῦνται ἤτοι ἐπὶ τὰ β, δ μέρη, ἢ ἐπὶ τὰ α, γ. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τὰ β, δ μέρη κατὰ τὸ η σημεῖον. τριγώνου δὴ τοῦ ηεζ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ αεζ, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ εζη· ἀλλὰ καὶ ἴση· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα αἱ αβ, γδ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ β, δ μέρη. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τὰ α, γ. αἱ δὲ ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη συμπίπτουσαι, παράλληλοί εἰσι. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ αβ τῇ γδ. ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[illegible]

ΚΗ

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς αβ, γδ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ εζ, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ εηβ, τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ηθδ, ἴσην ποιείτω, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ βηθ, ηθδ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας. λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ αβ τῇ γδ. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ εηβ τῇ ὑπὸ ηθδ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ εηβ τῇ ὑπὸ αηθ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ αηθ ἄρα τῇ ὑπὸ ηθδ ἐστὶν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ αβ τῇ γδ. πάλιν ἐπεὶ αἱ ὑπὸ βηθ, ηθδ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ αηθ, βηθ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι, αἱ ἄρα ὑπὸ αηθ, βηθ ταῖς ὑπὸ βηθ, ηθδ ἴσαι εἰσί· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ βηθ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ αηθ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ηθδ ἐστὶν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ αβ τῇ γδ. ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΚΗ [illegible]

[illegible]

β

κθ

Τὸ κθʹ θεώρημα ἀντιστρόφως ἀντιστρέφει τοῖς πρὸ αὐτοῦ· τῷ κζʹ καὶ τῷ κηʹ [illegible] ... ὑπὸ θατέρου ποιεῖ, τὸ ἐν ἐκείνοις [illegible] ... ὃ ἐκεῖ ἀφῃρεῖτο πάλιν εἰσφέρει ... ἐν ἑνὶ μάχεται [illegible] τῷ κζʹ [illegible] πλεῖον [illegible] ... τῶν ἐν τούτῳ θεωρημάτων ἔχει ... [illegible] εὐθεῖα εὐθείαις ἐμπίπτουσα ... ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίαι δύο ὀρθαῖς ...

κθ Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας. Εἰς γὰρ παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ, εὐθεῖα ἐμπιπτέτω ἡ ΕΖ· λέγω ὅτι τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΗΘ, ΗΘΔ, ἴσας ποιεῖ· καὶ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ, τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, ἴσην· καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη· τὰς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν· ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΗΘ· ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῆς ὑπὸ ΗΘΔ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ, τῶν ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ, μείζονές εἰσιν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· καὶ αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι εὐθεῖαι εἰς ἄπειρον, συμπίπτουσιν· αἱ ἄρα ΑΒ, ΓΔ, ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον, συμπεσοῦνται· οὐ συμπίπτουσι δὲ διὰ τὸ παραλλήλους αὐτὰς ὑποκεῖσθαι· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ, τῇ ὑπὸ ΗΘΔ· ἴση ἄρα· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΕΗΒ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ ἄρα, τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ, ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ, ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ, δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ, δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἡ ἄρα εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἴσην· καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

λ Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι· ἔστω ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΓΔ, τῇ ΕΖ παράλληλος· λέγω ὅτι καὶ ἡ ΑΒ, τῇ ΓΔ ἐστὶ παράλληλος· ἐμπιπτέτω γὰρ εἰς αὐτὰς, εὐθεῖα ἡ ΗΚ· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ, ΕΖ, εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ΗΚ, ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΚ, τῇ ὑπὸ ΗΘΖ· πάλιν ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς ΕΖ, ΓΔ, εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ΗΚ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΘΖ, τῇ ὑπὸ ΗΚΔ· ἐδείχθη δὲ ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΚ, τῇ ὑπὸ ΗΘΖ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΚ ἄρα, τῇ ὑπὸ ΗΚΔ ἐστὶν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ, τῇ ΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Γνωστὸν ἦν ἐν τοῖς ἀξιώμασιν ὅτι καὶ τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· ἐν τούτῳ δὲ δείκνυσιν ὅτι τὰ τῷ αὐτῷ ὅμοια, καὶ ἀλλήλοις ὅμοιά ἐστι· καὶ οἱ τῷ αὐτῷ λόγοι οἱ αὐτοὶ, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί· κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ τὸ λʹ ἀποδείκνυσι θεώρημα· ὅτι αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι· συμβέβηκε δὲ [illegible] ... [illegible] ... τῆς ἰσότητος ... τῆς ὁμοιότητος ... τῆς ταυτότητος ... παράλληλοι ... ἴσον ... καὶ τὸ ὅμοιον ... [illegible] ... τοῦτο τὸ θεώρημα ... [illegible] ... ἀλλήλων ... λαμβάνεται ... [illegible]

[illegible]

Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ α, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ βγ· δεῖ δὴ διὰ τοῦ α σημείου τῇ βγ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς βγ τυχὸν σημεῖον τὸ δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αδ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ δα εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α τῇ ὑπὸ αδγ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ δαε· καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ εα εὐθεῖα ἡ αζ. Καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς βγ, εζ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ αδ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ εαδ, αδγ ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκε, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ εαζ τῇ βγ. Διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ βγ παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ εαζ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

[illegible]

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί· καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. Ἔστω τρίγωνον τὸ αβγ, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ βγ ἐπὶ τὸ δ· λέγω ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ αγδ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ γαβ, αβγ· καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ αβγ, βγα, γαβ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ γ σημείου τῇ αβ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ γε. Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ αβ τῇ γε, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ αγ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ βαγ, αγε ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. Πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ αβ τῇ γε, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ βδ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ εγδ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ αβγ. ἐδείχθη δὲ

[illegible]

[illegible]

[illegible]

λγ

Τὸ λγ θεώρημα [illegible] παραλληλόγραμμον [illegible] [illegible] παραλληλόγραμμον [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] παραλληλογράμμου [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] παραλλήλους [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

καὶ ἡ ὑπὸ αγε, τῇ ὑπὸ γαβ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ αγδ ἐκτὸς γωνία, ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ βαγ, αβγ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ αγβ· αἱ ἄρα ὑπὸ αγδ, αγβ, τρισὶ ταῖς ὑπὸ αβγ, βγα, γαβ, ἴσαι εἰσίν· ἀλλ' αἱ ὑπὸ αγδ, αγβ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· καὶ αἱ ὑπὸ αβγ, βγα, γαβ, ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί· καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

λγ

Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν. ἔστωσαν ἴσαι τε καὶ παράλληλοι αἱ αβ, γδ· καὶ ἐπιζευγνύτωσαν αὐτὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εὐθεῖαι αἱ αγ, βδ· λέγω ὅτι καὶ αἱ αγ, βδ, ἴσαι καὶ παράλληλοί εἰσιν. ἐπεζεύχθω ἡ βγ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ αβ τῇ γδ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ βγ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ αβγ, βγδ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αβ τῇ γδ, κοινὴ δὲ ἡ βγ, δύο δὴ αἱ αβ, βγ, δυσὶ ταῖς βγ, γδ, ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβγ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βγδ ἴση ἐστί· βάσις ἄρα ἡ αγ, βάσει τῇ βδ, ἴση ἐστί· καὶ τὸ αβγ τρίγωνον, τῷ βγδ τριγώνῳ ἴσον ἐστί· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ αγβ γωνία, τῇ ὑπὸ γβδ· καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς αγ, βδ, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ βγ, τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ αγβ, γβδ, ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκε, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ αγ, τῇ βδ· ἐδείχθη δὲ αὐτῇ καὶ ἴση. αἱ ἄρα τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὐταὶ ἴσαι καὶ παράλληλοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

α β γ δ

λδ

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων, αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει. ἔστω παραλληλόγραμμον χωρίον, τὸ αβδγ· διάμετρος δὲ αὐτοῦ, ἡ βγ· λέγω ὅτι τοῦ αβδγ παραλληλογράμμου, αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· καὶ ἡ βγ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ αβ τῇ γδ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ βγ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ αβγ, βγδ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ αγ τῇ βδ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ βγ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ αγβ, γβδ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ αβγ

α β γ δ

Τὸ λδ θεώρημα [illegible] παραλληλογράμμου [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible scholium: Τοῦ δ … καὶ διάμετροι … δίχα τέμνονται … γωνίαι … παραλληλογράμμων …]

διὰ κϛ βγδ. τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ αβγ, βγα δυσὶ ταῖς ὑπὸ βγδ, γβδ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴν αὐτῶν τὴν βγ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ἴση ἄρα ἡ μὲν αβ πλευρὰ τῇ γδ, ἡ δὲ αγ τῇ βδ, καὶ ἔτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ βαγ γωνία τῇ ὑπὸ βδγ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ αβγ γωνία τῇ ὑπὸ βγδ, ἡ δὲ ὑπὸ γβδ τῇ ὑπὸ αγβ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ αβδ ὅλῃ τῇ ὑπὸ αγδ ἐστὶν ἴση. τῶν ἄρα παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. λέγω δὲ ὅτι καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ αβ τῇ γδ, κοινὴ δὲ ἡ βγ, δύο δὴ αἱ αβ, βγ δυσὶ ταῖς βγ, γδ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βγδ, διὰ δ ἴση· καὶ βάσις ἄρα ἡ αγ βάσει τῇ βδ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ αβγ ἄρα τρίγωνον τῷ βγδ τριγώνῳ ἴσον. ἡ ἄρα βγ διάμετρος δίχα τέμνει τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[illegible scholium]

λε Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ αβγδ, εβγζ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς βγ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς αζ, βγ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγδ τῷ εβγζ. ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι διὰ λδ τὸ αβγδ, ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ βγ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ εζ τῇ βγ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ αδ τῇ εζ ἐστὶν ἴση· καὶ κοινὴ ἡ δε· ὅλη ἄρα ἡ αε ὅλῃ τῇ δζ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ αβ τῇ δγ ἴση· δύο δὴ αἱ εα, αβ δυσὶ ταῖς ζδ, δγ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· διὰ κθ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ζδγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εαβ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός· διὰ δ βάσις ἄρα ἡ εβ βάσει τῇ ζγ ἴση ἐστί, καὶ τὸ εαβ τρίγωνον τῷ ζδγ τριγώνῳ ἴσον ἐστί· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ δηε· λοιπὸν ἄρα τὸ αβηδ τραπέζιον λοιπῷ τῷ εηγζ τραπεζίῳ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ηβγ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ εβγζ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστί. τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[illegible scholium: … θεώρημα … παραλληλόγραμμα …]

[illegible]

[illegible]

λϛ

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ αβγδ, εζηθ, ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν βγ, ζη ~~[illegible]~~ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς αθ, βη. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον τῷ εζηθ. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ βε, γθ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ ζη, ἀλλὰ ἡ ζη τῇ εθ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ βγ ἄρα τῇ εθ ἐστὶν ἴση. εἰσὶ δὲ καὶ παράλληλοι. καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς αἱ βε, γθ· αἱ δὲ τὰς ἴσας καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι, ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι· καὶ αἱ εβ, θγ ἄρα ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ εβγθ· καὶ ἐστὶν ἴσον τῷ αβγδ· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει τὴν βγ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν αὐτῷ ταῖς βγ, αθ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ εζηθ τῷ αὐτῷ τῷ εβγθ ἐστὶν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον τῷ εζηθ ἐστὶν ἴσον. τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[illegible]

λζ

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ἔστω τρίγωνα τὰ αβγ, δβγ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς βγ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς αδ, βγ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δβγ τριγώνῳ. ἐκβεβλήσθω ἡ αδ ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ ε, ζ· καὶ διὰ μὲν τοῦ β τῇ γα παράλληλος ἤχθω ἡ βε, διὰ δὲ τοῦ γ τῇ βδ παράλληλος ἤχθω ἡ γζ. παραλληλόγραμμον

[illegible]

[illegible]

ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΕΒΓΑ, ΔΒΓΖ· καὶ ἴσον τὸ ΕΒΓΑ τῷ ΔΒΓΖ· ἐπεὶ παρ[αλληλόγραμμά ἐστιν] ἐπί τε τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστι τῆς ΒΓ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΕΖ· καί ἐστι τοῦ ΕΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ ΔΒΓΖ ἥμισυ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΔΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση, ἴσα ἐστίν· ἴσον ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ. τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει [δεῖξαι].

[illegible]

λη

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν ΒΓ, ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΑΔ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η, Θ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β, τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ· διὰ δὲ τοῦ Ζ, τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΘ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΗΒΓΑ, ΔΕΖΘ· καὶ ἴσον τὸ ΗΒΓΑ τῷ ΔΕΖΘ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΕΖ· καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΗΘ· καί ἐστι τοῦ μὲν ΗΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ, τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ ΔΕΖΘ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΖΕΔ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΔΖ διάμετρος, αὐτὸ δίχα τέμνει· τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα τῆς ΒΓ· λέγω ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ. εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α σημείου, τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΑΕ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΑΕ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τῷ ΔΒΓ ἴσον ἐστί· καὶ τὸ ΔΒΓ ἄρα, τῷ ΕΒΓ ἴσον ἐστί, τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΒΓ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις, πλὴν τῆς ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα, τῇ ΒΓ ἐστὶ παράλληλος. τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[illegible]

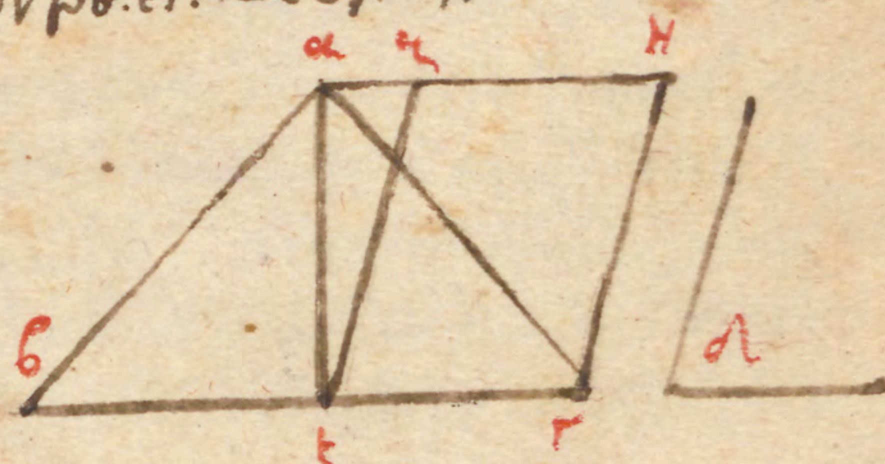
[illegible]

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ αβγ. γδε ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν βγ γε. λέγω ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ αδ· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ αδ τῇ βε. εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ α τῇ βε παράλληλος ἡ αζ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζε. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον, τῷ ζγε τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς βε. αζ. ἀλλὰ τὸ αβγ τρίγωνον, ἴσον ἐστὶ τῷ γδε τριγώνῳ· καὶ τὸ δγε ἄρα τρίγωνον, ἴσον ἐστὶ τῷ ζγε τριγώνῳ· τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλος ἡ αζ τῇ βε. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς αδ· ἡ αδ ἄρα τῇ βε παράλληλός ἐστι. τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστὶ παραλλήλοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Ἐὰν παραλληλόγραμμον, τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτήν. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου. παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ αβγδ, τριγώνῳ τῷ εβγ, βάσιν τε ἐχέτω τὴν αὐτὴν. τὴν βγ. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἔστω παραλλήλοις ταῖς βγ. αε. λέγω ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον, τοῦ βεγ τριγώνου. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ αγ. ἴσον δή ἐστι τὸ αβγ τρίγωνον, τῷ εβγ τῷ εβγ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς βγ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ~~γραμμαῖς~~ ταῖς βγ. αε. ἀλλὰ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον, διπλάσιόν ἐστι τοῦ αβγ τριγώνου· ἡ γὰρ αγ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· ὥστε τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον, καὶ τριγώνου τοῦ εβγ ἐστὶ διπλάσιον. ἐὰν ἄρα παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτήν. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι, ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. ἔστω τὸ μὲν δοθὲν τρίγωνον, τὸ αβγ. ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος, ἡ δ. δεῖ δὴ τῷ αβγ τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι, ἐν τῇ δ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. τετμήσθω ἡ βγ δίχα, κατὰ τὸ ε. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αε. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ γε εὐθείᾳ. καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ ε, τῇ δ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ γεζ. καὶ διὰ μὲν τοῦ α, τῇ εγ παράλληλος ἤχθω ἡ αη. διὰ δὲ τοῦ γ, τῇ εζ παράλληλος ἤχθω ἡ γη. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ζεγη. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βε τῇ εγ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ αβε τρίγωνον, τῷ αεγ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν βε. εγ. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς

[illegible]



[illegible]

αἱ ἄρα παράλληλοι. τοῦ ς βγ αη, διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγ, τοῦ αεγ τριγώνου. ἔστι δὲ καὶ τὸ ζεγη παραλληλόγραμμον, διπλάσιον τοῦ αεγ τριγώνου. βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει· καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστὶν αὐτῷ παραλλήλοις· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ζεγη παραλληλόγραμμον, τῷ αβγ τριγώνῳ· καὶ ἔχει τὴν ὑπὸ γεζ γωνίαν, ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ δ. τῷ ἄρα δοθέντι τριγώνῳ τῷ αβγ, ἴσον παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ ζεγη ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ γεζ, ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ δ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μγ

Παντὸς παραλληλογράμμου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ αβγδ· διάμετρος δὲ αὐτοῦ, ἡ αγ· περὶ δὲ τὴν αγ παραλληλόγραμμα μὲν ἔστω, τὰ εθ ζη· τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα, τὰ βκ κδ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ βκ παραπλήρωμα, τῷ κδ παραπληρώματι. ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ αβγδ· διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ αγ, ἴσον ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον, τῷ αδγ τριγώνῳ. πάλιν ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ αεκθ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ακ, ἴσον ἐστὶ τὸ αεκ τρίγωνον, τῷ αθκ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ κζγ τρίγωνον, τῷ κηγ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν αεκ τρίγωνον τῷ αθκ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· τὸ δὲ κζγ τῷ κηγ, τὸ αεκ τρίγωνον μετὰ τοῦ κηγ, ἴσον ἐστὶ τῷ αθκ τριγώνῳ μετὰ τοῦ κζγ. ἔστι δὲ καὶ ὅλον τὸ αβγ τρίγωνον ὅλῳ τῷ αδγ ἴσον. λοιπὸν ἄρα τὸ βκ παραπλήρωμα, λοιπῷ τῷ κδ παραπληρώματι ἐστὶν ἴσον. παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μδ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον, τὸ γ· ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος, ἡ δ. δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν αβ, τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ γ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν ἴσῃ τῇ δ γωνίᾳ. συνεστάτω τῷ γ τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ βεζη, ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εβη, ἥ ἐστιν ἴση τῇ δ. καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν βε, τῇ αβ. καὶ διήχθω ἡ ζη ἐπὶ τὸ θ. καὶ διὰ τοῦ α, ὁποτέρᾳ τῶν βη εζ παράλληλος ἤχθω ἡ αθ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ θβ. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς αθ εζ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ θζ, αἱ ἄρα ὑπὸ αθζ θζε γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς εἰσὶν ἴσαι. αἱ ἄρα ὑπὸ βθη ηζε, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι, συμπίπτουσιν· αἱ θβ ζε ἄρα

[illegible]

[illegible]

ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Κ. καὶ διὰ τοῦ Κ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΑ, ΖΘ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΛ. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΘΑ, ΗΒ ἐπὶ τὰ Λ, Μ σημεῖα. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΛΚΖ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΘΚ· περὶ δὲ τὴν ΘΚ παραλληλόγραμμα μὲν τὰ ΑΗ, ΜΕ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΛΒ, ΒΖ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΒ τῷ ΒΖ. ἀλλὰ τὸ ΒΖ τῷ Γ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΛΒ ἄρα τῷ Γ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΗΒΕ τῇ Δ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΜ ἄρα τῇ Δ γωνίᾳ ἐστὶν ἴση. παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ, τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΛΒ, ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. μβ

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Ε· δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓΔ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ Ε. ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ, καὶ συνεστάτω τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΖΘ, ἐν τῇ ὑπὸ ΘΚΖ γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε· καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΗΘ εὐθεῖαν τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΗΜ, ἐν τῇ ὑπὸ ΗΘΜ γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε. καὶ ἐπεὶ ἡ Ε γωνία ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΘΚΖ, ΗΘΜ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΖ τῇ ὑπὸ ΗΘΜ ἐστὶν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΚΘΗ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ ταῖς ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· καὶ αἱ ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί. πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΗΘ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Θ, δύο εὐθεῖαι αἱ ΚΘ, ΘΜ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΘΜ· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΚΜ, ΖΗ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΗ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΖ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· καὶ αἱ ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΗΛ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ ΘΗ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν· ἀλλὰ καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΜΛ, [illegible] ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστι, καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς [illegible]

[illegible]

α δ ζ μ λ
ε γ κ θ μ

μς

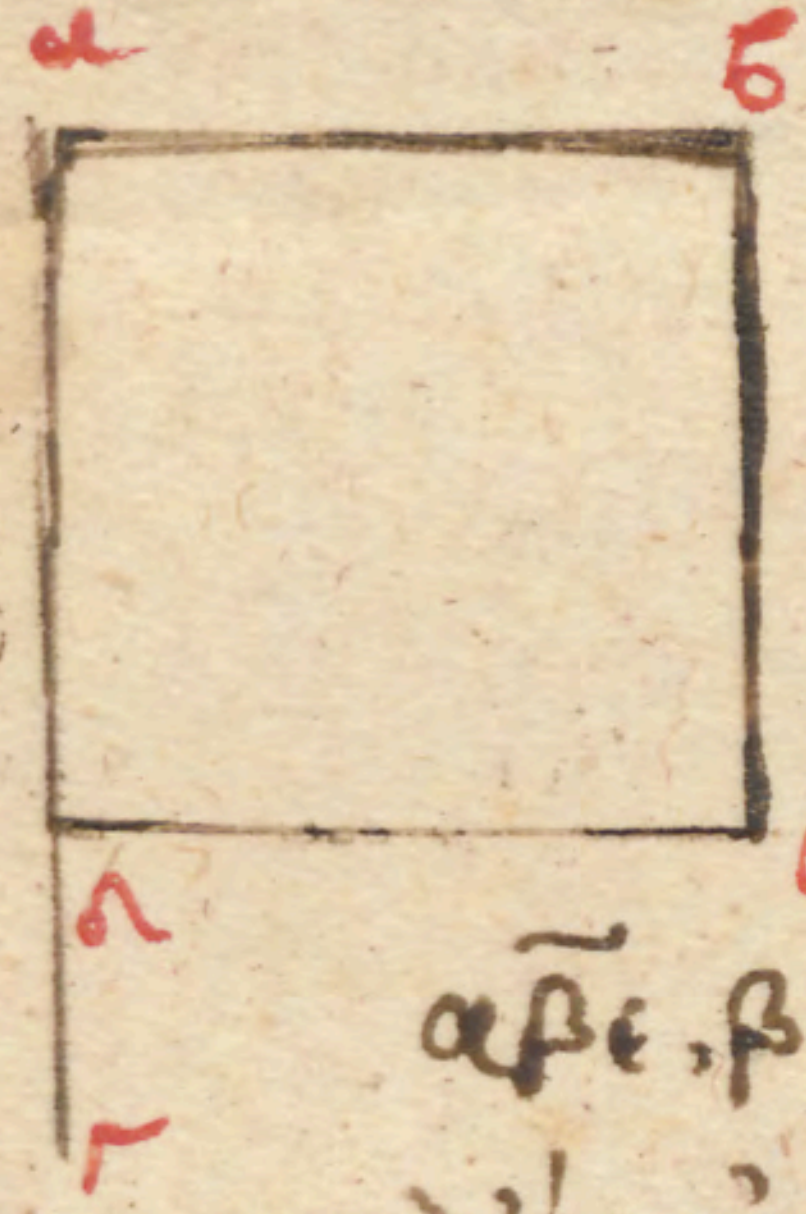
τὸ δὲ μὲν τοῦ μς προβλήματος, [illegible] εὐθύγραμμον [illegible] τοῦ ἰσοπλεύρου [illegible] ἰσοπλεύρου [illegible] ἐν τοῖς [illegible] [illegible] τῶν εὐθυγράμμων. τὸ μὲν [illegible] [illegible] ἀναγράψαι [illegible] τετράγωνον καὶ

ἀναγραφῆς / ἀναγεγραμμένου

αἱ κμ, ζλ, καὶ αἱ κμ, ζλ ἄρα, ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ κζλμ· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν αβδ τρίγωνον τῷ ζθ παραλληλογράμμῳ, τὸ δὲ δβγ τῷ ημ, ὅλον ἄρα τὸ αβγδ εὐθύγραμμον, ὅλῳ τῷ κζλμ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστί. τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ αβγδ, ἴσον παραλληλόγραμμον συνίσταται τὸ κζλμ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζκμ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ δοθείσῃ τῇ ε. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

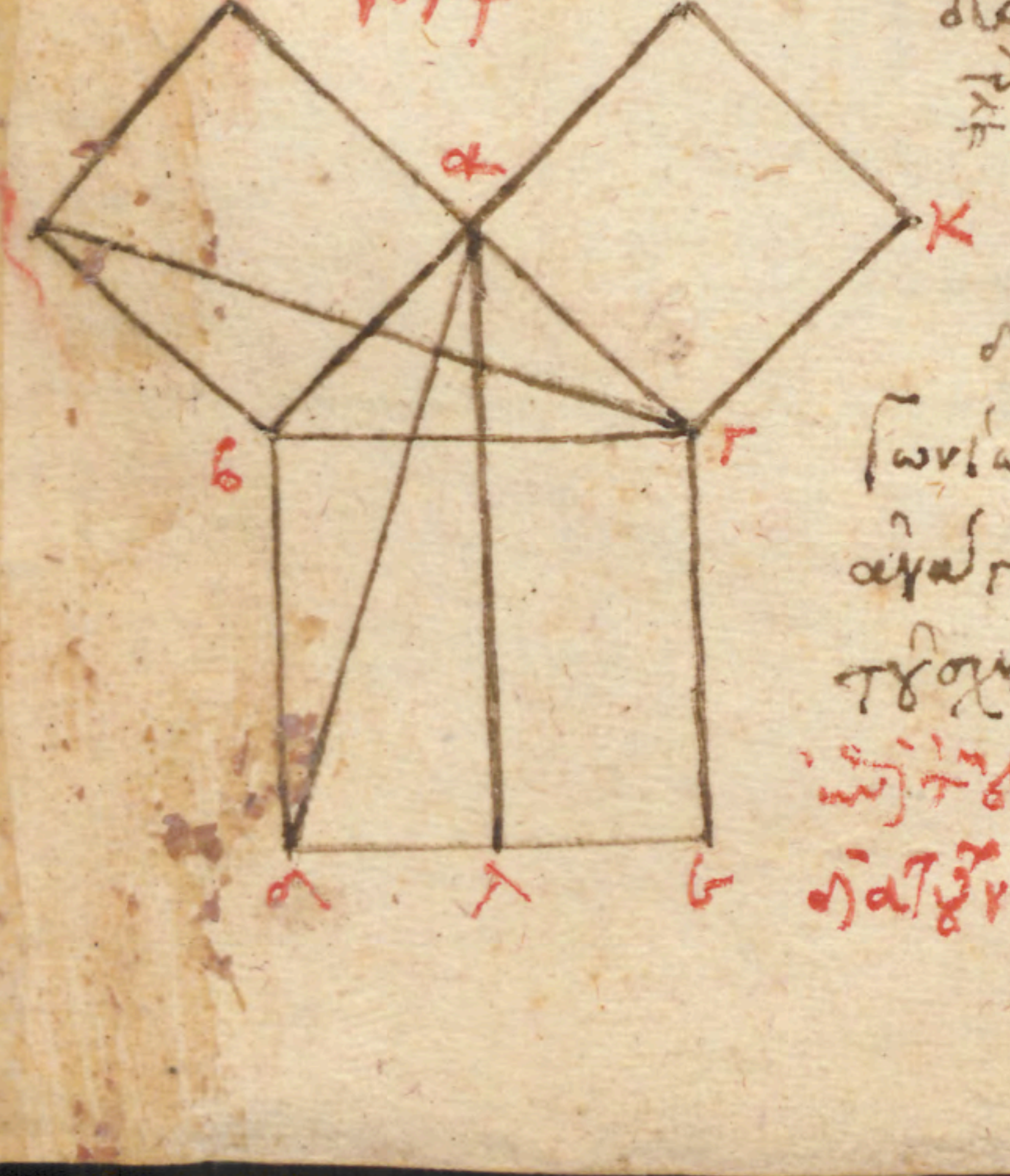
μς

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τετράγωνον ἀναγράψαι. ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, ἡ αβ. δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς αβ εὐθείας, τετράγωνον ἀναγράψαι. ἤχθω τῇ αβ εὐθείᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τοῦ α, πρὸς ὀρθὰς ἡ αγ. καὶ κείσθω τῇ αβ ἴση, ἡ αδ. καὶ διὰ μὲν τοῦ δ σημείου, τῇ αβ παράλληλος ἤχθω ἡ δε. διὰ δὲ τοῦ β σημείου, τῇ αδ παράλληλος ἤχθω ἡ βε. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ αδεβ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν αβ τῇ δε. ἡ δὲ αδ τῇ βε. ἀλλὰ καὶ ἡ αβ, τῇ αδ ἐστὶν ἴση. αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ βα. αδ. δε. εβ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ αδεβ παραλληλόγραμμον. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ εἰς παραλλήλους τὰς αβ, δε εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ αδ, αἱ ἄρα ὑπὸ βαδ. αδε γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βαδ. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ αδε. τῶν δὲ παραλληλογράμμων χωρίων, αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ αβε, βεδ γωνιῶν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστίν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον. τετράγωνον ἄρα ἐστί. καί ἐστιν ἀπὸ τῆς αβ εὐθείας ἀναγεγραμμένον. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



μζ

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις. ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον, τὸ αβγ. ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ βαγ γωνίαν. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν βα. αγ τετραγώνοις. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς βγ, τετράγωνον τὸ βδεγ. ἀπὸ δὲ τῶν βα. αγ, τὰ ηβ. θγ. καὶ διὰ τοῦ α ὁποτέρᾳ τῶν βδ. γε, παράλληλος ἤχθω ἡ αλ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αδ. ζγ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ βαγ. βαη γωνιῶν, πρὸς δή τινι εὐθείᾳ, τῇ βα, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α, δύο εὐθεῖαι αἱ αγ. αη. μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη



τετραγώνοις [illegible] τῆς ὀρθῆς [illegible] πλευρᾶς [illegible] [illegible] τετράγωνον [illegible] [illegible] ἴση [illegible] τετράγωνον [illegible] διαγράμματος [illegible] [illegible] [illegible] ἀλλ' ἐπὶ μὲν τοῦ ὀρθογωνίου [illegible] ἐπὶ τῶν ἀμβλυγωνίων [illegible] ὀρθογωνίων [illegible] ὀρθογωνίου [illegible] ἴσου [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] βιβλίῳ [illegible] [illegible]

ἐπὶ τὸ ἄρα τοῦ τετραγώνου θεώρημα, [illegible] τοῦ πυθαγόρου [illegible] [illegible] [illegible] θεώρημα.

ὑποτεινούσῃ τὴν ὀρθὴν γωνίαν ... μονάδων κε· τὸ ἀπὸ τῆς ... τετράγωνον, μονάδων κε· πλὴν ... μονάδας θ, ...
καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ..., μονάδας ις· ... μονάδων ... ἡ γὰρ ἀπὸ τῆς ..., μονάδας θ· ...
τετραγώνων ... ις· τὸ ἀπὸ τῆς αβ, ἴσα δή τοῖς ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνῳ ... ις, ... [illegible]

κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ γα τῇ αη. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ βα τῇ αθ ἐστιν ἐπ' εὐθείας. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ δβγ γωνία τῇ ὑπὸ ζβα, ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ αβγ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ δβα ὅλῃ τῇ ὑπὸ ζβγ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ δύο αἱ δβ βα δυσὶ ταῖς ζβ βγ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ δβα γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζβγ ἴση· βάσις ἄρα ἡ αδ βάσει τῇ ζγ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ αβδ τρίγωνον τῷ ζβγ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον. καί ἐστι τοῦ μὲν αβδ τριγώνου διπλάσιον τὸ βλ παραλληλόγραμμον· βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν βδ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσὶ παραλλήλοις ταῖς βδ αλ· τοῦ δὲ ζβγ τριγώνου διπλάσιον τὸ ηβ τετράγωνον· βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ζβ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσὶ παραλλήλοις ταῖς ζβ ηγ. τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ βλ παραλληλόγραμμον τῷ ηβ τετραγώνῳ. ὁμοίως δὴ ἐπιζευγνυμένων τῶν αε βκ, δειχθήσεται καὶ τὸ γλ παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ θγ τετραγώνῳ· ὅλον ἄρα τὸ βδεγ τετράγωνον δυσὶ τοῖς ηβ θγ τετραγώνοις ἴσον ἐστί. καί ἐστι τὸ μὲν βδεγ τετράγωνον ἀπὸ τῆς βγ ἀναγραφέν, τὰ δὲ ηβ θγ ἀπὸ τῶν βα αγ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς βγ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν βα αγ πλευρῶν τετραγώνοις. ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μη

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστι. τριγώνου γὰρ τοῦ αβγ τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς βγ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἔστω τοῖς ἀπὸ τῶν βα αγ πλευρῶν τετραγώνοις· λέγω ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ βαγ γωνία. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ α σημείου τῇ αγ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ αδ, καὶ κείσθω τῇ βα ἴση ἡ αδ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δγ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ δα τῇ αβ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς δα τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς αβ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς αγ τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν δα αγ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν βα αγ τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν δα αγ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς δγ· ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ δαγ· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν βα αγ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς βγ· ὑπόκειται γάρ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς δγ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνῳ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ δγ τῇ βγ ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ δα τῇ αβ, κοινὴ δὲ ἡ αγ, δύο δὴ αἱ δα αγ δυσὶ ταῖς βα αγ ἴσαι δή· καὶ βάσις ἡ

... [illegible] ... ἀφεῖσθαι τοῦτο ... τὸ ... συμπεπλήρωται ... [illegible]
... [illegible] ...
... [illegible] ...
... [illegible] ...
... [illegible] ...
... [illegible] ...
αὐτοῖς ἀναμιμνήσκει :·

[illegible]

δγ. βα ἐστὶ τῇ βγ, ἴση ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ δαβ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βαγ. ἐστὶ δὲ ἡ ὑπὸ δαβ ὀρθή, ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ βαγ. ἐὰν ἄρα τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Δεύτερον στοιχείων Εὐκλείδου

[illegible]

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν. Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ παραλληλογράμμων ἓν ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

α'

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν, ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις. Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ α, βγ, καὶ τετμήσθω ἡ βγ ὡς ἔτυχε κατὰ τὰ δ, ε. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν α, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν α, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν α, δε καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν α, εγ. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ β τῇ βγ πρὸς ὀρθὰς ἡ βζ, καὶ κείσθω τῇ α ἴση ἡ βη. καὶ διὰ μὲν τοῦ η τῇ βγ παράλληλος ἤχθω ἡ ηθ, διὰ δὲ τῶν δ, ε, γ τῇ βη παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ δκ, ελ, γθ. ἴσον δή ἐστι τὸ βθ τοῖς βκ, δλ, εθ. καί ἐστι μὲν τὸ βθ, τὸ ὑπὸ τῶν α, βγ. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ηβ, βγ, ἴση δὲ ἡ βη τῇ α. τὸ δὲ βκ, τὸ ὑπὸ τῶν α, βδ. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ηβ, βδ, ἴση δὲ ἡ βη τῇ α. τὸ δὲ δλ, τὸ ὑπὸ τῶν α, δε. ἴση γὰρ ἡ δκ, τουτέστιν ἡ βη, τῇ α. καὶ ἔτι ὁμοίως τὸ εθ, τὸ ὑπὸ τῶν α, εγ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α, βγ, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ α, βδ καὶ τῷ ὑπὸ α, δε καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ α, εγ περιεχομένοις ὀρθογωνίοις. ἐὰν ἄρα ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα,

[illegible] ξγ. [illegible]

γ		ϛ
ξ κα ξ	κα ξ	ιη ξ
γ		ϛ

ξγ.

7 — 9 — 63 — 8

ἡ ὅλη, μονάδες ϛ. ἡ τὸ ἀπ' αὐτῆς □, λϛ. τὸ μεῖζον τμῆμα, δ. κ(αὶ) τὸ ὑπ' αὐτοῦ κ(αὶ) τῆς ὅλης, κδ. τὸ ἔλασσον τμῆμα, β. ὅ(τι) δ' ὑπ' αὐτοῦ κ(αὶ) τῆς ὅλης, ιβ. κ(αὶ) τὰ ιβ. λϛ. ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ, τῷ ὑπὸ τῆς ὅλης κ(αὶ) τοῦ ἐλάττονος τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν, ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπὸ τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ. Εὐθεῖα γὰρ ἡ ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχε, κατὰ τὸ Γ σημεῖον. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ὑπὸ ΒΑ, ΑΓ περιεχομένου ὀρθογωνίου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ, τετράγωνον τὸ ΑΔΕΒ· καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Γ, ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ, ΒΕ, παράλληλος ἡ ΓΖ. ἴσον δὴ τὸ ΑΕ, τοῖς ΑΖ, ΓΕ· καί ἐστι τὸ μὲν ΑΕ, τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον· τὸ δὲ ΑΖ, τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ· ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ, μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

(margin:) τὸ δὲ ΓΕ, τὸ ὑπὸ ΑΒ, ΒΓ· ἴση γὰρ ἡ ΒΕ τῇ ΑΒ.

(margin, red:) ἐν τῷ τύπῳ διαλλάττει

γ. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ. Εὐθεῖα γὰρ ἡ ΑΒ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ Γ σημεῖον. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνου. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΒ, τετράγωνον τὸ ΓΔΕΒ· καὶ διήχθω ἡ ΕΔ ἐπὶ τὸ Ζ· καὶ διὰ τοῦ Α, ὁποτέρᾳ τῶν ΓΔ, ΒΕ, παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΖ. ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΕ, τοῖς ΑΔ, ΓΕ· καί ἐστι τὸ μὲν ΑΕ, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΕ· ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΒΓ. τὸ δὲ ΑΔ, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἴση γὰρ ἡ ΔΓ τῇ ΓΒ. τὸ δὲ ΔΒ, τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνου. Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἡ ὅλη ἑπτά. τὸ μεῖζον τμῆμα, ε. τὸ δὲ ἔλαττον β. οἱ ἀπὸ τῶν ... οὗτοι οἱ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ μείζονος τμήματος, μη. ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος, λε. ὁ ὑπὸ τοῦ ἐλάσσονος καὶ τοῦ μείζονος, ι. ὁμοῦ μη.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ αβ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον τὸ αδεβ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βδ, καὶ διὰ μὲν τοῦ γ, ὁποτέρᾳ τῶν αδ εβ, παράλληλος ἤχθω ἡ γζ, διὰ δὲ τοῦ η, ὁποτέρᾳ τῶν αβ δε, παράλληλος ἤχθω ἡ θκ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ γζ τῇ αδ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ βδ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ γηβ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ αδβ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ αδβ τῇ ὑπὸ αβδ ἐστὶν ἴση, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ βα τῇ αδ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ γηβ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ηβγ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βγ πλευρᾷ τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν γβ τῇ ηκ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ γη τῇ κβ· καὶ ἡ ηκ ἄρα τῇ κβ ἐστὶν ἴση. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ γη τῇ βκ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ γβ, αἱ ἄρα ὑπὸ κβγ ηγβ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ κβγ. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ βγη. ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον αἱ ὑπὸ γηκ ηκβ ὀρθαί εἰσιν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστί· καὶ ἔστιν ἀπὸ τῆς βγ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ θζ τετράγωνόν ἐστι· καὶ ἔστιν ἀπὸ τῆς θη, τουτέστιν ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα θζ κγ τετράγωνα ἀπὸ τῶν αγ γβ εἰσί. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ αη τῷ ηε, καὶ ἔστι τὸ αη τὸ ὑπὸ τῶν αγ γβ, ἴση γὰρ ἡ ηγ τῇ γβ, καὶ τὸ ηε ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ γβ. τὰ ἄρα αη ηε ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ γβ. ἔστι δὲ καὶ τὰ θζ γκ τετράγωνα ἀπὸ τῶν αγ γβ. τὰ ἄρα τέσσαρα τὰ θζ γκ αη ηε ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν αγ γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τὰ θζ γκ αη ηε ὅλον ἐστὶ τὸ αδεβ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αβ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἄλλως. Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν αγ γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βα τῇ αδ, ἴση καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβδ τῇ ὑπὸ αδβ. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βαδ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ αβδ αδβ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσί. καὶ εἰσὶν ἴσαι· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ αβδ αδβ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βγη· ἴση γάρ ἐστι τῇ

Εἰ τμηθείη εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ. ἔστω ἡ ὅλη μονάδων ι. τῶν δὲ τμημάτων [illegible] μονάδων ϛ, ἡ γβ [illegible]. ἡ ὅλη οὖν ἐστιν [illegible], [illegible] τοῖς ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὀρθογωνίῳ. [illegible] πεντάκις πέντε κε. [illegible] τὸ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων [illegible] ὅσας ἔχει ἡ ὅλη.

100
36
100

ἀπεναντίον τῇ προσεστώσῃ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ γηβ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ γβη γωνία τῇ ὑπὸ βηγ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βγ τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν γβ τῇ ηκ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ γη τῇ βκ· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ. ἔχει δὲ καὶ ὀρθὴν τὴν ὑπὸ γβκ γωνίαν· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς γβ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ζθ τετράγωνόν ἐστι· καί ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα γκ, θζ τετράγωνά εἰσι καί ἐστιν ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν αγ, γβ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ αη τῷ ηε, καί ἐστι τὸ αη τὸ ὑπὸ τῶν αγ, γβ· ἴση γὰρ ἡ γη τῇ γβ· καὶ τὸ ηε ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ· τὰ ἄρα αη, ηε ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἔστι δὲ καὶ τὰ γκ, θζ ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν αγ, γβ· τὰ ἄρα γκ, θζ, αη, ηε ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἀλλὰ τὰ γκ, θζ καὶ τὰ αη, ηε ὅλον ἐστὶ τὸ αδεβ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερόν ἐστιν, ὅτι ἐν τοῖς τετραγώνοις χωρίοις τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα τετράγωνά ἐστιν.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ. εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ δ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον, τὸ γεζβ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βε· καὶ διὰ μὲν τοῦ δ ὁποτέρᾳ τῶν γε, βζ παράλληλος ἤχθω ἡ δη· διὰ δὲ τοῦ θ ὁποτέρᾳ τῶν αβ, εζ παράλληλος ἤχθω ἡ κμ· καὶ πάλιν διὰ τοῦ α ὁποτέρᾳ τῶν γλ, βμ παράλληλος ἤχθω ἡ ακ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ γθ παραπλήρωμα τῷ θζ παραπληρώματι, κοινὸν προσκείσθω τὸ δμ· ὅλον ἄρα τὸ γμ ὅλῳ τῷ δζ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ γμ τῷ αλ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ αλ ἄρα τῷ δζ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ γθ· ὅλον ἄρα τὸ αθ τῷ μνξ γνώμονι ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ αθ τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δβ ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ δθ τῇ δβ· καὶ ὁ μνξ ἄρα γνώμων ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ αδ, δβ. κοινὸν προσκείσθω τὸ λη, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς γδ· ὁ ἄρα μνξ γνώμων καὶ τὸ λη ἴσα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ. ἀλλ' ὁ μνξ γνώμων καὶ τὸ λη ὅλον ἐστὶ τὸ γεζβ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς βγ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

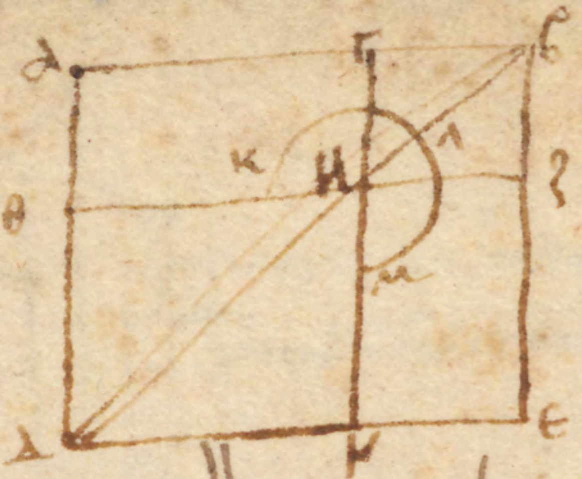
ἡ ὅλη ιβ· τὰ ἴσα τμήματα ς, ς· τὰ ἄνισα θ καὶ γ· ἡ μεταξὺ τῶν τομῶν γ. τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δβ κζ· καὶ σὺν τῷ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν θ ὁμοῦ λς. καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας □ λς· ἑξάκις γὰρ τὰ ς λς· ὅθεν δείκνυται ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας □ τῷ ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν □.

ἡ ὅλη [illegible] τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ [illegible] μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας [illegible] ις. [illegible]

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ γ σημεῖον· προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ βδ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδ δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς γδ τετράγωνον τὸ γεζδ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε· καὶ διὰ μὲν τοῦ β σημείου, ὁποτέρᾳ τῶν γε δζ παράλληλος ἤχθω ἡ βη· διὰ δὲ τοῦ θ σημείου, ὁποτέρᾳ τῶν αβ εζ παράλληλος ἤχθω ἡ κμ· καὶ ἔτι διὰ τοῦ α ὁποτέρᾳ τῶν γλ δμ παράλληλος ἤχθω ἡ ακ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ αγ τῇ γβ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ αλ τῷ γθ. ἀλλὰ τὸ γθ τῷ θζ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ αλ ἄρα τῷ θζ ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ γμ· ὅλον ἄρα τὸ αμ τῷ νξο γνώμονί ἐστιν ἴσον. ἀλλὰ τὸ αμ ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν αδ δβ· ἴση γὰρ ἡ δμ τῇ δβ· καὶ ὁ νξο ἄρα γνώμων ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αδ δβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ λη ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνῳ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ νξο γνώμονι, καὶ τῷ λη. ἀλλὰ ὁ νξο γνώμων καὶ τὸ λη, ὅλον ἐστὶ τὸ γεζδ τετράγωνον ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς γδ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ. Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συναμφότερα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ. Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον· λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν αβ βγ τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν αβ βγ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον τὸ αδεβ· καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. Ἐπεὶ οὖν

ἡ ὅλη ι. τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης ρ. τῶν τμημάτων τὸ μεῖζον ϛ. τὸ ἔλαττον δ. τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος λϛ. τὸ ἀπὸ τοῦ ἐλάττονος ιϛ. τὸ δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐλάττονος τμήματος π. [illegible] ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης [illegible] ιϛ [illegible] ἀριθμὸν [illegible]:~



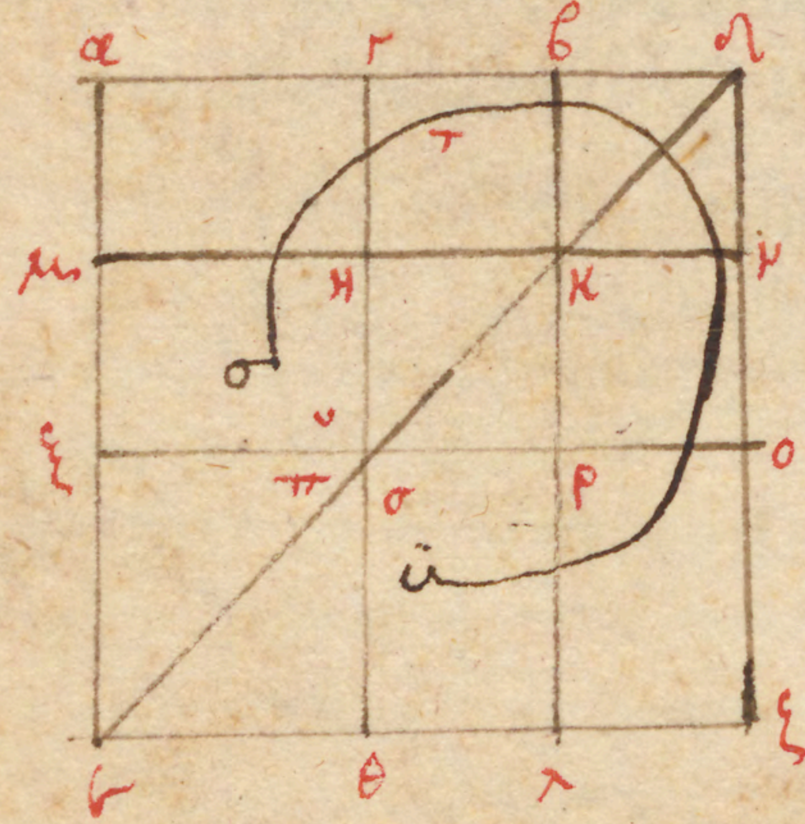
διὰ μγ΄ τοῦ α΄

ἴσον ἐστὶ τὸ αη τῷ ηε· κοινὸν προσκείσθω τὸ γζ· ὅλον ἄρα τὸ αζ, ὅλῳ τῷ γε, ἴσον ἐστί· τὰ ἄρα αζ γε, διπλάσιά ἐστι τοῦ αζ· ἀλλὰ τὰ αζ γε, ὁ κλμ ἐστι γνώμων, καὶ τὸ γζ τετράγωνον· ὁ κλμ ἄρα γνώμων καὶ τὸ γζ, διπλάσιά ἐστι τοῦ αζ· ἔστι δὲ τοῦ αζ διπλάσιον, καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν αβ βγ· ἴση γὰρ ἡ βζ τῇ βγ· ὁ ἄρα κλμ γνώμων, καὶ τὸ γζ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αβ βγ· κοινὸν προσκείσθω τὸ δη, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αγ τετράγωνον· ὁ ἄρα κλμ γνώμων καὶ τὰ βη ηδ τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν αβ βγ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ· ἀλλὰ ὁ κλμ γνώμων καὶ τὰ βη ηδ τετράγωνα, ὅλον ἐστὶ τὸ αδεβ, καὶ τὸ γζ· ἅ ἐστιν ἀπὸ τῶν αβ βγ τετράγωνα· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αβ βγ τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν αβ βγ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου· ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

η΄ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἀναγραφέντι τετραγώνῳ· εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω ὡς ἔτυχε, κατὰ τὸ γ σημεῖον· λέγω ὅτι τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν αβ βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ βγ, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ· ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ αβ, εὐθεῖα ἡ βδ· καὶ κείσθω τῇ γβ ἴση ἡ βδ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αδ τετράγωνον, τὸ αεζδ· καὶ καταγεγράφθω διπλοῦν τὸ σχῆμα· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ γβ τῇ βδ· ἀλλὰ ἡ μὲν γβ τῇ ηκ ἐστιν ἴση· ἡ δὲ βδ τῇ κν, καὶ ἡ ηκ ἄρα, τῇ κν ἐστιν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ πρ, τῇ ρο ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ βδ· ἡ δὲ ηκ τῇ κν, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν γκ, τῷ κδ· τὸ δὲ ηρ, τῷ ρν· ἀλλὰ τὸ γκ, τῷ ρν ἐστιν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ γο παραλληλογράμμου· καὶ τὸ κδ ἄρα, τῷ ηρ ἴσον ἐστί· τὰ δ΄ ἄρα δκ γκ ηρ ρν, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί· τὰ τέσσαρα ἄρα, τετραπλάσιά ἐστι τοῦ γκ·

διὰ λδ΄ τοῦ α΄

διὰ μγ΄ τοῦ α΄



η΄ + ἡ ὅλη μονάδων ι· τὸ μεῖζον τμῆμα ϛ· τὸ ἔλαττον δ· τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐλάττονος τμήματος ὀρθογώνιον μ· καὶ τετράκις τοῦ ρξ· τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος λϛ· ὁμοῦ ρϟϛ· ἀλλ' ἔστιν ἴσα τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐλάττονος τμήματος ἀναγραφέντι □· τοῦτο δ' ἐστὶ τῶν ιδ, ρϟϛ:—

πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ γβ τῇ βδ, ἀλλ' ἡ μὲν βδ τῇ βκ, τουτέστι τῇ γη ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ γβ τῇ ηκ, τουτέστι τῇ ηπ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ γη ἄρα τῇ ηπ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν γη τῇ ηπ, ἡ δὲ πρ τῇ ρο, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ μὲν αη τῷ μπ, τὸ δὲ πλ τῷ ρξ. ἀλλὰ τὸ μὲν μπ τῷ πλ ἐστὶν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ μλ παραλληλογράμμου· καὶ τὸ αη ἄρα τῷ ρξ ἐστὶν ἴσον· τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ αη, μπ, πλ, ρξ ἴσα ἀλλήλοις ἐστί· τὰ τέσσαρα ἄρα τοῦ αη ἐστὶ τετραπλάσια. ἐδείχθη δὲ καὶ τὰ τέσσαρα τὰ γκ, κδ, ηρ, ρυ τοῦ γκ τετραπλάσια· τὰ ἄρα ὀκτὼ ἃ περιέχει τὸν στυ γνώμονα, τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ακ. καὶ ἐπεὶ τὸ ακ τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βδ ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ βκ τῇ βδ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βδ, τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ακ. ἐδείχθη δὲ καὶ τοῦ ακ τετραπλάσιος, ὁ στυ γνώμων· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βδ, ἴσον ἐστὶ τῷ στυ γνώμονι. κοινὸν προσκείσθω τὸ ξθ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βδ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ στυ γνώμονι καὶ τῷ ξθ. ἀλλὰ ὁ στυ γνώμων καὶ τὸ ξθ, ὅλον ἐστὶ τὸ αεζδ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αδ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βδ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αδ· τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς αβ καὶ βδ, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπό τε τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν τῆς ὅλης ἀνίσων τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου. εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ γ, εἰς δὲ ἄνισα, κατὰ τὸ δ· λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετραγώνων, διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ γ τῇ αβ πρὸς ὀρθάς, ἡ γε, καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ τῶν αγ, γβ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εα, εβ, καὶ διὰ μὲν τοῦ δ, τῇ εγ παράλληλος ἤχθω ἡ δζ, διὰ δὲ τοῦ ζ, τῇ αβ παράλληλος ἤχθω ἡ ζη· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αζ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ γ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ αεγ, εαγ, μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσί· καὶ εἰσὶν ἴσαι· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ αεγ, εαγ, ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ γεβ, εβγ, ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ

ε η ζ α γ δ β

ὑπὸ ΑΕΒ ὀρθή ἐστι. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ·
ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΓΒ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΖΗ ἡμίσειά
ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΗ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΕΗ πλευρᾷ
τῇ ΗΖ ἐστιν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ πρὸς τῷ Β γωνία ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ
ΖΔΒ· ἴση γὰρ πάλιν ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΓΒ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΖΔ
ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΒ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ
ΔΖ πλευρᾷ τῇ ΔΒ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
ΑΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΕ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ.
τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ τετράγωνον· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ
γωνία· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΕ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΖ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΖ
τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΖ τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΖ τε-
τραγώνοις ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΖ τετραγώνου
διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΖ. ἴση δὲ ἡ ΗΖ τῇ ΓΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΖ διπλάσιόν
ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ. καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ
τῶν ΑΕ, ΕΖ τετραγώνων διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. τοῖς δὲ
ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΖ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ τετράγωνον· ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΕΖ γω-
νία· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΖ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῆς ΑΓ, ΓΔ· τῷ δὲ
ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΖ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Δ γωνία· τὰ ἄρα ἀπὸ
τῶν ΑΔ, ΔΖ διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. ἴση δὲ ἡ ΔΖ τῇ ΔΒ·
τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετραγώνων διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ
τετραγώνων. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ
τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμι-
σείας καὶ τοῦ μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ
τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης, τὰ συναμφότερα τετράγωνα,
διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας
καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου. εὐθεῖα γάρ τις
ἡ ΑΒ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ· προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ
ΒΔ· λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν
ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. ἤχθω ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΕ· καὶ κείσθω

ἴση ἐστὶ καὶ τετράγωνον ἀπὸ ΑΓ, ΓΒ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΒ. καὶ διὰ μὲν τοῦ Ε τῇ ΑΔ πα-
ράλληλος ἤχθω ἡ ΕΖ· διὰ δὲ τοῦ Δ τῇ ΓΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΖ. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλ-
λήλους εὐθείας τὰς ΓΕ, ΔΖ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ΕΖ, αἱ ὑπὸ ΓΕΖ, ΕΖΔ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι
εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΕΒ, ΕΖΔ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπ᾽ ἐλασσόνων ἢ δύο
ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπίπτουσι· καὶ ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέ-
τωσαν κατὰ τὸ Η. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴση ἐστὶ καὶ
γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΓ τῇ ὑπὸ ΕΑΓ. καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ Γ· ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἐστιν ἑκα-
τέρα τῶν ὑπὸ ΑΕΓ, ΕΑΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΒ, ΕΒΓ ἡμίσεια
ὀρθῆς ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ. καὶ ἐπεὶ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΕΒΓ, ἡ-
μίσεια ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΗ (κατὰ κορυφήν). ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΗ ὀρθή· ἴση γάρ ἐστι τῇ ὑπὸ
ΔΓΕ· ἐναλλὰξ γάρ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΗΒ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΗΒ τῇ ὑπὸ
ΔΒΗ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΒΔ πλευρᾷ τῇ ΗΔ ἐστιν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ
ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Ζ, ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τῷ Γ,
λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΗ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ
ΖΕΗ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΖΕ πλευρᾷ τῇ ΖΗ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ,
ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΕ τετραγώνῳ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν
ΑΓ, ΓΕ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν
ΕΓ, ΓΑ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΕ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι
τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΖ τῇ ΕΖ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ
τῆς ΖΗ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΖΕ τετραγώνῳ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΗΖ, ΖΕ διπλά-
σιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΗΖ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ· τὸ ἄρα ἀπὸ ⁘
τῆς ΕΗ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ
διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΗ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι
τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΗ τετραγώνοις ἴσον
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΗ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΗ διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν
ΑΓ, ΓΔ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΗ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΗ
τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. ἴση δὲ ἡ ΔΗ τῇ ΔΒ·
τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων.

ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις
αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσ-
κειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα

⁘ τῆς ΕΗ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ
τῆς ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΕΖ τῇ ΓΔ. τὸ ἄρα ἀπὸ ⁘

nota in numeris ponendo quod tota linea sit 8. dictum additum 3. quae aggregata erunt 11.
cuius quadratum erit 121. add. insuper quadratum additi quod erat 9. quae aggregata
constituunt 130. Item primum quadratum medietatis lineae quae 4 sunt numerus non
quadratum primi est 16. reliquae vero lineae cum addita est 7. nam medietas primae sunt 4
additis 3 quae faciunt 7. cuius quadratum est 49 simul addita 65. quod est medietas 130.

τετραγώνων, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας
καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ια

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων
περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ. ἔστω
ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ. δεῖ δὴ τὴν ΑΒ τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου
τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος
τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ, τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ. καὶ τετμή-
σθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Ε σημεῖον· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ· καὶ διήχθω ἡ ΓΑ, ἐπὶ τὸ Ζ.
καὶ κείσθω τῇ ΒΕ, ἴση ἡ ΕΖ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΖ τετράγωνον, τὸ ΖΘ·
καὶ διήχθω ἡ ΗΘ ἐπὶ τὸ Κ. λέγω ὅτι ἡ ΑΒ τέτμηται κατὰ τὸ Θ. ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ
περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ποιεῖν τῷ ἀπὸ τῆς ΑΘ τετραγώνῳ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΑΓ τέ-
τμηται δίχα κατὰ τὸ Ε, πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ ΑΖ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ περιεχόμενον
ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΕ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετραγώνῳ.
ἴση δὲ ἡ ΕΖ τῇ ΕΒ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς
ΑΕ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΒ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΒ τετραγώνῳ,
ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΕ. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Α γωνία. τὸ ἄρα
ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΕ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΕ.
κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ περιεχόμενον
ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ,
τὸ ΖΚ. ἴση γὰρ ἡ ΖΑ τῇ ΖΗ. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΒ, τὸ ΑΔ. τὸ ἄρα ΖΚ, ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΔ. κοι-
νὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΑΚ. λοιπὸν ἄρα τὸ ΖΘ τῷ ΘΔ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἔστι τὸ μὲν ΘΔ, τὸ
ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ. ἴση γὰρ ἡ ΑΒ, τῇ ΒΔ. τὸ δὲ ΖΘ, τὸ ἀπὸ τῆς ΑΘ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ,
ΒΘ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΘ τετραγώνῳ. ἡ ἄρα δοθεῖσα
εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τέτμηται κατὰ τὸ Θ, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ περιεχόμενον ὀρθο-
γώνιον, ἴσον ποιεῖν τῷ ἀπὸ τῆς ΑΘ τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

ιβ

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης
πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν
πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν
γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου
πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ. ἔστω ἀμβλυγώνιον τρίγωνον, τὸ ΑΒΓ. ἀμβλεῖαν ἔχον τὴν

ὑποτεινούσης γωνί. καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ β σημείου ἐπὶ τὴν γα ἐκβληθεῖσαν,
κάθετος ἡ βδ. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν
ἀπὸ τῶν βα, αγ τετραγώνων, τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ γδ τέτμηται ὡς ἔτυχε κατὰ
διὰ τὸ δ τοῦ β τὸ α σημεῖον, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς δγ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γα, αδ τετραγώνοις
καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ
τῆς δβ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γδ, δβ, ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν γα, αδ, δβ τετραγώνοις, καὶ
τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν γδ, δβ,
διὰ τὸ μζ τοῦ α ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γβ. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ δ γωνία. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αδ, δβ, ἴσον
τὸ ἀπὸ τῆς αβ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν γα, αβ
τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς
γβ τετράγωνον, τῶν ἀπὸ τῶν γα, αβ τετραγώνων, μεῖζόν ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα,
αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐν ἄρα τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς
τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ
τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς
ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει,
καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

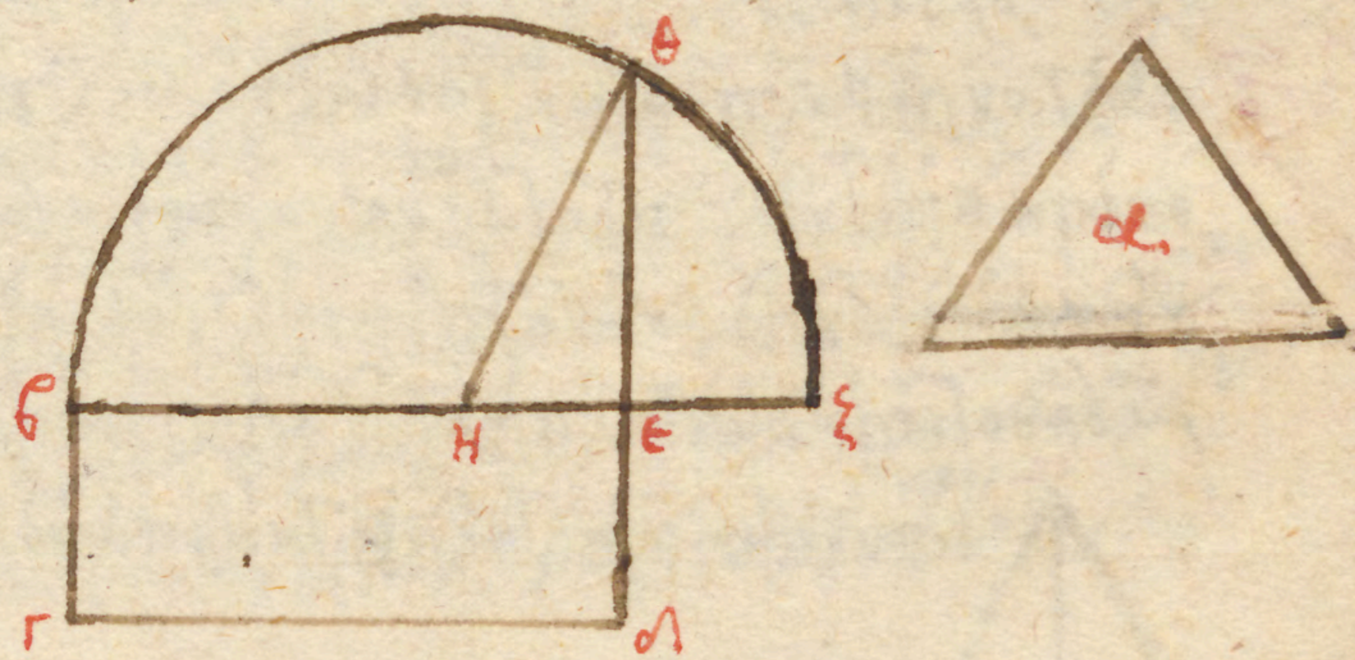
ιγ

ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς
τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν
τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν
ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ
γωνίᾳ. ἔστω ὀξυγώνιον τρίγωνον, τὸ αβγ. ὀξεῖαν ἔχον τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν.
καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ α σημείου ἐπὶ τὴν βγ κάθετος ἡ αδ. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αγ τετρά-
γωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν γβ, βα τετραγώνων, τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ περι-
εχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ βγ τέτμηται ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ δ, τὰ ἄρα
διὰ τὸ ζ τοῦ β ἀπὸ τῶν γβ, βδ τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ,
καὶ τῷ ἀπὸ τῆς δγ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς δα τετράγωνον. τὰ
ἄρα ἀπὸ τῶν γβ, βδ, δα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ περιεχο-
μένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν αδ, δγ τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν βδ, δα,
ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αβ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γβ, βα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς αγ,

καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γβ. βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὥστε μόνον τὸ ἀπὸ τῆς αγ ἔλαττόν
ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν γβ. βα τετραγώνων, τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γβ. βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ·
ἐν ἄρα τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς
τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν
τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος
πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου, πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ιδ

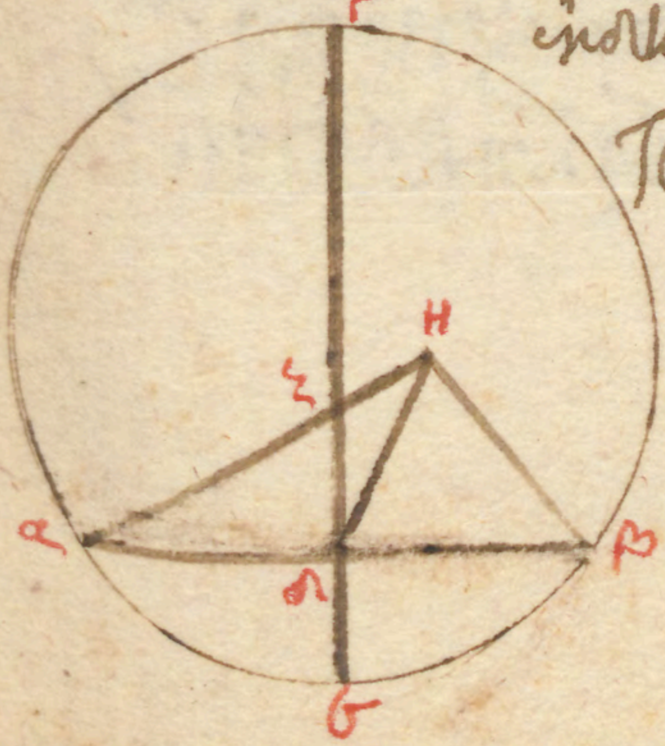
Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι. ἔστω τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον,
τὸ α. δεῖ δὴ τῷ α εὐθυγράμμῳ, ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι. συνεστάτω γὰρ τῷ α
εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, τὸ βδ. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ βε
τῇ εδ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. συνέσταται γὰρ τῷ α εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον
τὸ βδ. εἰ δὲ οὔ, μία τῶν βε. εδ μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ βε. καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ
τὸ ζ. καὶ κείσθω τῇ εδ ἴση, ἡ εζ. καὶ τετμήσθω ἡ βζ δίχα κατὰ τὸ η. καὶ κέντρῳ τῷ η.
διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ηβ. ηζ, ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ βθζ. καὶ ἐκβεβλήσθω
ἡ δε ἐπὶ τὸ θ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ηθ. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ βζ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ
τὸ η. εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ ε, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βε. εζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ
τοῦ ἀπὸ τῆς εη τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ηζ τετραγώνῳ. ἴση δὲ ἡ ηζ τῇ ηθ. τὸ
ἄρα ὑπὸ τῶν βε. εζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ηε τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ
τῷ ἀπὸ τῆς ηθ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ηθ, ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν θε. εη τετράγωνα. τὰ ἄρα ὑπὸ
τῶν βε. εζ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ηε, ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν θε. εη. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ
ἀπὸ τῆς εη τετράγωνον. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βε. εζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εθ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν βε. εζ, τὸ βδ ἐστιν. ἴση γὰρ ἡ εζ
τῇ εδ. τὸ ἄρα βδ παραλληλόγραμμον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς θε τετραγώνῳ. ἴσον
δὲ τὸ βδ, τῷ α εὐθυγράμμῳ. καὶ τὸ α ἄρα εὐθύγραμμον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς εθ ἀναγραφησομένῳ τετραγώνῳ. τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ
τῷ α, ἴσον τετράγωνον συνίσταται, τὸ ἀπὸ τῆς εθ ἀναγραφησόμενον. ὅπερ
ἔδει ποιῆσαι:~



Ὅροι· ∴ Εὐκλείδου στοιχείων γ ∴

Ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι ἴσαι εἰσίν· ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν·
εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη,
οὐ τέμνει τὸν κύκλον· κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι
ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους· ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέ-
γονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι, ἴσαι ὦσι· μεῖζον δὲ
ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει· τμῆμα κύκλου ἐστί, τὸ περιεχό-
μενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας· τμήματος δὲ γωνία ἐστίν, ἡ περιε-
χομένη ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας· ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστίν, ὅταν ἐπὶ
τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς
εὐθείας ἥ ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ
τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν· ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβά-
νωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία· τομεὺς δὲ
κύκλου ἐστίν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ συσταθῇ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε
τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας·
ὅμοια τμήματα κύκλων ἐστί, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας· ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν·

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ αβγ· δεῖ δὴ τοῦ αβγ
κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν. διήχθω τις εἰς αὐτὸν ὡς ἔτυχεν εὐθεῖα ἡ αβ· καὶ τετ-
μήσθω δίχα κατὰ τὸ δ σημεῖον· καὶ ἀπὸ τοῦ δ τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ δγ·
καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ ε· καὶ τετμήσθω ἡ γε δίχα κατὰ τὸ ζ· λέγω ὅτι τὸ ζ κέντρον
ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου. μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ η· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ηα,
ηδ, ηβ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ δβ, κοινὴ δὲ ἡ δη, δύο δὴ αἱ αδ, δη δυσὶ ταῖς ηδ, δβ
ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ηα βάσει τῇ ηβ ἐστὶν ἴση· ἐκ κέντρου γάρ·
γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ αδη τῇ ὑπὸ ηδβ ἴση ἐστίν· ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα
τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ὀρ-
θὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ηδβ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ζδβ ὀρθή· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ζδβ τῇ ὑπὸ ηδβ,
ἡ μείζων τῇ ἐλάττονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὸ η κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου· ὁμοίως
δὴ δείξομεν ὅτι οὐδ' ἄλλο τι πλὴν τοῦ ζ· τὸ ζ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου·



ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις εὐθεῖάν τινα δίχα
τέμνῃ καὶ πρὸς ὀρθάς, ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι·

β

ἂν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας δύο ληφθῇ τυχόντα σημεῖα ἡ
ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου·
ἔστω κύκλος ὁ αβγ· καὶ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ, εἰλήφθω δύο τυ-
χόντα σημεῖα τὰ α β· λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ α, ἐπὶ τὸ β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖ-
ται τοῦ κύκλου· μὴ γάρ· ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐκτὸς· ὡς ἡ αεβ· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον
τοῦ αβγ κύκλου· καὶ ἔστω τὸ δ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ δα· δβ· καὶ διήχθω ἡ δζε·
ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ δα, τῇ δβ, ἴση ἄρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ δαε, τῇ ὑπὸ δβε· καὶ ἐπεὶ
τριγώνου τοῦ δαε· μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἡ αεβ, μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ δεβ
γωνία, τῆς ὑπὸ δαε· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ δαε, τῇ ὑπὸ δβε· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ δεβ, τῆς
ὑπὸ δβε· ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν, ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα
ἡ δβ, τῆς δε· ἴση δὲ ἡ βδ τῇ ζδ· μείζων ἄρα ἡ δζ, τῆς δε· ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ τὸ β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐκτὸς πεσεῖται
τοῦ κύκλου· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐπ' αὐτῆς τῆς περιφερείας· ἐντὸς ἄρα·
ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα
ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

γ

ἐὰν ἐν κύκλῳ· εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου· εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ,
καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν
τέμνει· ἔστω κύκλος ὁ αβγ· καὶ ἐν αὐτῷ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ γδ, εὐθεῖάν
τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν αβ, δίχα τεμνέτω κατὰ τὸ ζ σημεῖον· λέγω ὅτι καὶ
πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ αβγ κύκλου· καὶ ἔστω τὸ ε·
καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εα, εβ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αζ· τῇ ζβ· κοινὴ δὲ ἡ ζε, δύο δυσὶν
ἴσαι εἰσί· καὶ βάσις ἡ εα, βάσει τῇ εβ· ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ αζε· γωνίᾳ τῇ
ὑπὸ βζε, ἴση ἐστίν· ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλή-
λαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ~~ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι~~
ἑκατέρα τῶν ὑπὸ αζε· βζε, ὀρθή ἐστιν· ἡ γδ ἄρα διὰ τοῦ κέντρου οὖσα, τὴν αβ μὴ διὰ
τοῦ κέντρου οὖσαν, δίχα τέμνουσα, καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει· ἀλλὰ δὴ ἡ γδ· τὴν αβ, πρὸς
ὀρθὰς τεμνέτω· λέγω ὅτι καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· τουτέστιν ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ αζ, τῇ
ζβ· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ εα τῇ εβ, ἴση δὲ καὶ
γωνία ἡ ὑπὸ εαζ· τῇ ὑπὸ εβζ· ἐστὶ δὲ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ αζε· ὀρθῇ τῇ ὑπὸ
βζε ἴση· δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ εαζ· εζβ· τὰς δύο γωνίας, ταῖς δυσὶ γωνί-

ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν εζ ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει· ἴση ἄρα ἡ αζ τῇ ζβ. ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

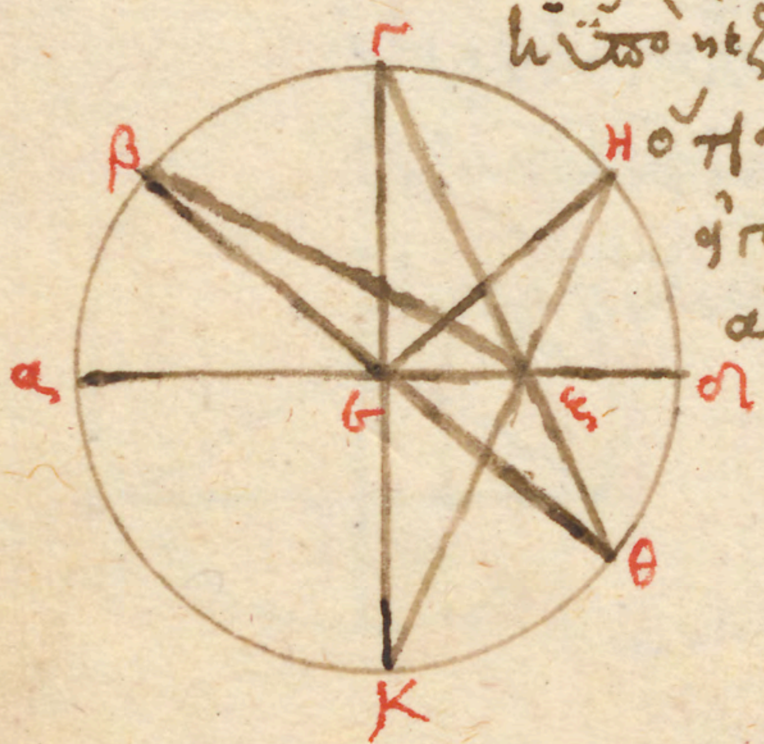
ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα. ἐν γὰρ κύκλῳ τῷ αβγδ δύο εὐθεῖαι αἱ αγ, βδ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ ε, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι· λέγω ὅτι οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα. εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν αε τῇ εγ, τὴν δὲ βε τῇ εδ· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ αβγδ κύκλου καὶ ἔστω τὸ ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζε. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ζε εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν αγ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζεα. πάλιν ἐπεὶ εὐθεῖά τις ἡ ζε εὐθεῖάν τινα τὴν βδ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ζεβ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ζεα ὀρθή· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ζεα τῇ ὑπὸ ζεβ, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα αἱ αγ, βδ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα. ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. δύο γὰρ κύκλοι οἱ αβγ, γδη τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὰ β, γ σημεῖα· λέγω ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εγ, καὶ διήχθω ἡ εζη ὡς ἔτυχεν. καὶ ἐπεὶ τὸ ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ εγ τῇ εζ. πάλιν ἐπεὶ τὸ ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ γδη κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ εγ τῇ εη. ἐδείχθη δὲ ἡ εγ τῇ εζ ἴση· ἡ εζ ἄρα τῇ εη ἴση, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν αβγ, γδη κύκλων. ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔστιν αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. κύκλοι γὰρ οἱ αβγ, γδε ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων κατὰ τὸ γ σημεῖον· λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζγ, καὶ διήχθω ὡς ἔτυχεν, ἡ

ἡ ζβ. ἔστω γὰρ τὸ ζ σημεῖον κέντρον ἑκατέρου τῶν αβγ κύκλων, ἴση ἐστὶν ἡ ζγ τῇ
ζβ. πάλιν ἐπεὶ τὸ ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ γδε κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ζγ
τῇ ζε. ἐδείχθη δὲ ἡ ζγ τῇ ζβ ἴση. καὶ ἡ ζε ἄρα τῇ ζβ ἴση ἐστίν. ἡ ἐλάσσων
τῇ μείζονι ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν αβγ, γδε κύ-
κλων. ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, οὐκ ἔστιν αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι ζ ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~
κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεῖαι
τινές, μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον. ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή. τῶν δὲ ἄλλων,
ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. δύο δὲ μόναι
ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐ-
λαχίστης. ἔστω κύκλος ὁ αβγδ. διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ αδ. καὶ ἐπὶ τῆς αδ, διὰ κ΄ τοῦ α΄
εἰλήφθω τι σημεῖον τὸ ζ. ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου. κέντρον δὲ τοῦ κύκλου ἔστω τὸ ε. καὶ
ἀπὸ τοῦ ζ πρὸς τὸν αβγδ κύκλον, προσπιπτέτωσαν εὐθεῖαί τινες αἱ ζβ. ζγ.
ζη. λέγω ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ζα. ἐλαχίστη δὲ ἡ ζδ. τῶν δὲ ἄλλων, ἡ μὲν ζβ, τῆς
ζγ μείζων. ἡ δὲ ζγ, τῆς ζη. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ βε. γε. ηε. ἐπεὶ οὖν παντὸς τρι- διὰ κ΄ τοῦ α΄
γώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν, αἱ ἄρα εβ. εζ, τῆς βζ μείζονές εἰσιν.
ἴση δὲ ἡ αε τῇ βε. αἱ ἄρα βε. εζ. ἴσαι εἰσὶ τῇ αζ. μείζων ἄρα ἡ αζ. τῆς ζβ. πάλιν
ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βε τῇ γε, κοινὴ δὲ ἡ ζε, δύο δὴ αἱ βε. εζ. δυσὶ ταῖς γε. εζ, ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ καὶ διὰ κδ΄ τοῦ α΄
γωνία ἡ ὑπὸ βεζ. γωνίας τῆς ὑπὸ γεζ μείζων. βάσις ἄρα ἡ βζ. βάσεως τῆς γζ. μείζων ἐστί.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ γζ. τῆς ζη μείζων ἐστί. πάλιν ἐπεὶ αἱ ηζ. ζε. τῆς εη μείζο-
νές εἰσιν. ἴση δὲ ἡ εη τῇ εδ. αἱ ἄρα ηζ. ζε, τῆς εδ μείζονές εἰσι. κοινὴ ἀφῃρήσθω
ἡ εζ. λοιπὴ ἄρα ἡ ηζ. λοιπῆς τῆς ζδ, μείζων ἐστί. μεγίστη μὲν ἄρα ἡ ζα. ἐλαχίστη δὲ
ἡ ζδ. τῶν δὲ ἄλλων, μείζων ἡ μὲν ζβ, τῆς ζγ. ἡ δὲ ζγ τῆς ζη. λέγω ὅτι καὶ ἀπὸ τοῦ ζ
σημείου, δύο μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται πρὸς τὸν αβγδ κύκλον. ἐφ' ἑ- διὰ κγ΄ τοῦ α΄
κάτερα τῆς ζδ ἐλαχίστης. συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ εζ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ ση-
μείῳ τῷ ε, τῇ ὑπὸ ηεζ γωνίᾳ ἴση, ἡ ὑπὸ ζεθ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζθ. ἐπεὶ οὖν ἴση
ἐστὶν ἡ ηε τῇ εθ. κοινὴ δὲ ἡ εζ. δύο δὴ αἱ ηε. εζ. δυσὶ ταῖς θε. εζ. ἴσαι εἰσί. καὶ γωνία
ἡ ὑπὸ ηεζ. γωνίᾳ τῇ ὑπὸ θεζ ἴση. βάσις ἄρα ἡ ζη. βάσει τῇ ζθ, ἴση ἐστί. λέ-
γω ὅτι τῇ ζη, ἄλλη ἴση οὐ προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τοῦ ζ σημείου.
εἰ γὰρ δυνατόν, προσπιπτέτω ὡς ἡ ζκ. καὶ ἐπεὶ ἡ ζκ τῇ ζη ἴση ἐστίν. διὰ προτάσεως αὐτοῦ
ἀλλὰ ἡ ζθ τῇ ζη ἴση ἐστί, καὶ ἡ ζκ ἄρα, τῇ ζθ ἴση ἐστίν. ἡ ἔγγιον τῆς διὰ κ΄ τοῦ α΄



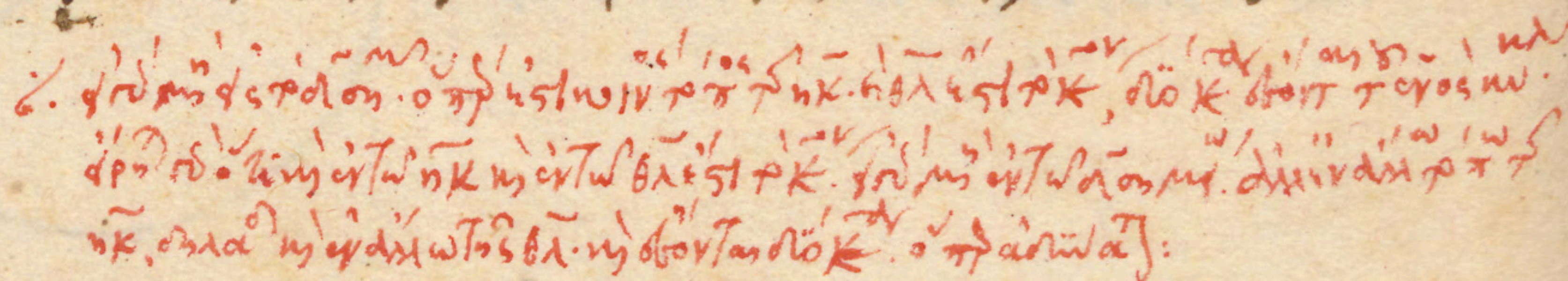
τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον ἐλάττων· ὅπερ ἀδύνατον. ἢ οὕτως ἐπεζεύχθω ἡ εκ·
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ηε τῇ εκ· κοινὴ δὲ ἡ ζε, καὶ βάσις ἡ ηζ βάσει τῇ ζκ ἴση, γωνία ἄρα
ἡ ὑπὸ ηεζ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ κεζ ἴση ἐστί· ἀλλ' ἡ ὑπὸ ηεζ τῇ ὑπὸ θεζ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ
θεζ ἄρα τῇ ὑπὸ κεζ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ ζ
σημείου ἑτέρα τις προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἴση τῇ ηζ· μία ἄρα μόνη. ἐὰν ἄρα κύκλου
ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον· καὶ τὰ ἑξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός· ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν
εὐθεῖαί τινες· ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου· αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχεν, τῶν μὲν πρὸς τὴν
κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου. τῶν δὲ ἄλλων
ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν
προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς δια-
μέτρου. τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων.
δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα
τῆς ἐλαχίστης. ἔστω κύκλος ὁ αβγ· καὶ τοῦ αβγ εἰλήφθω σημεῖον ἐκτὸς τὸ δ· καὶ ἀπ' αὐτοῦ
τοῦ δ διήχθωσαν εὐθεῖαί τινες αἱ δα. δε. δζ. δγ· ἔστω δὲ ἡ δα διὰ τοῦ κέντρου. λέγω ὅτι τῶν
πρὸς μὲν τὴν αεζγ κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μέν ἐστιν
ἡ διὰ τοῦ κέντρου ἡ δα· ἐλαχίστη δὲ, ἡ μεταξὺ τοῦ δ σημείου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς
αη· μείζων δὲ ἡ μὲν δε τῆς δζ· ἡ δὲ δζ τῆς δγ. τῶν δὲ πρὸς τὴν θλκη κυρτὴν περιφέ-
ρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς δη ἐλαχίστης, ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἀπώ-
τερον· ἡ μὲν δκ τῆς δλ· ἡ δὲ δλ τῆς δθ. εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ αβγ κύκλου. καὶ
ἔστω τὸ μ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ με. μζ. μγ. μκ. μλ. μθ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αμ τῇ
εμ· κοινὴ προσκείσθω ἡ μδ· ἡ ἄρα αδ ἴση ἐστὶ ταῖς εμ, μδ. ἀλλ' αἱ εμ, μδ τῆς
εδ μείζονές εἰσι· καὶ ἡ αδ ἄρα τῆς εδ μείζων ἐστί. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ με τῇ μζ·
κοινὴ προσκείσθω ἡ μδ· αἱ εμ, μδ ἄρα ταῖς ζμ, μδ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ
ὑπὸ εμδ γωνίας τῆς ὑπὸ ζμδ μείζων ἐστί· καὶ βάσις ἄρα ἡ εδ βάσεως τῆς ζδ
μείζων ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ζδ τῆς γδ μείζων ἐστί· μεγίστη μὲν ἄρα
ἡ δα· μείζων δὲ ἡ μὲν δε τῆς δζ· ἡ δὲ δζ τῆς δγ. καὶ ἐπεὶ αἱ μκ, κδ τῆς μδ μείζο-
νές εἰσιν· ἴση δὲ ἡ μη τῇ μκ· λοιπὴ ἄρα ἡ
κδ λοιπῆς τῆς ηδ μείζων ἐστίν· ὥστε ἡ ηδ
ἐλάττων ἐστίν· ἐλαχίστη ἄρα ἐστί. καὶ ἐπεὶ
τριγώνου τοῦ μλδ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευ-

γ ζ ε α μ θ λ κ η β ν δ

τῆς μδ. διὰ δὲ ἐντὸς συνεστάθησαν αἱ μκ. κδ. αἱ ἄρα μκ. κδ. τῶν μλ. λδ. ἐ-
λάττονές εἰσιν· ὧν ἴση ἐστὶν ἡ μκ τῇ μλ· λοιπὴ ἄρα ἡ δκ λοιπῆς τῆς δλ ἐλάττων
ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ δλ τῆς δθ ἐλάττων ἐστίν. ἐλαχίστη μὲν ἄρα ἡ
δη, ἐλάττων δὲ ἡ μὲν δκ τῆς δλ, ἡ δὲ δλ τῆς δθ. λέγω ὅτι καὶ δύο μόνον ἴσαι
εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ δ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς δη ἐλαχίστης.
συνεστάτω πρὸς τῇ μδ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ μ, τῇ ὑπὸ κμδ γωνίᾳ
ἴση γωνία ἡ ὑπὸ δμβ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δβ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μκ τῇ μβ, κοινὴ δὲ ἡ
μδ, δύο δὴ αἱ κμ, μδ δυσὶ ταῖς βμ, μδ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία
ἡ ὑπὸ κμδ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βμδ ἴση ἐστί· βάσις ἄρα ἡ δκ βάσει τῇ δβ ἴση ἐστί. λέγω
δὴ ὅτι τῇ δβ εὐθείᾳ ἄλλη ἴση οὐ προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τοῦ δ σημείου.
εἰ γὰρ δυνατόν, προσπιπτέτω καὶ ἔστω ἡ δν. ἐπεὶ οὖν ἡ δκ τῇ δν ἐστὶν ἴση, ἀλλ' ἡ δκ
τῇ δβ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ δβ ἄρα τῇ δν ἐστὶν ἴση, ἡ ἔγγιον τῆς δη ἐλαχίστης, τῇ ἀπώτερον
ἐστὶν ἴση· ὅπερ ἀδύνατον ἐδείχθη. ἢ καὶ ἄλλως· ἐπεζεύχθω ἡ μν. ἐπεὶ οὖν
ἡ κμ τῇ μν ἐστὶν ἴση, κοινὴ δὲ ἡ μδ, καὶ βάσις ἡ δκ βάσει τῇ δν ἴση, γωνία ἄρα
ἡ ὑπὸ κμδ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δμν ἴση ἐστίν. ἀλλ' ἡ ὑπὸ κμδ τῇ ὑπὸ βμδ ἐστὶν ἴση·
καὶ ἡ ὑπὸ δμν ἄρα τῇ ὑπὸ βμδ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.
οὐκ ἄρα πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι πρὸς τὸν αβγ κύκλον ἀπὸ τοῦ δ σημείου, ἐφ' ἑκάτερα
τῆς δη ἐλαχίστης προσπεσοῦνται. ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ
θ ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἔδει δεῖξαι.
προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.
ἔστω κύκλος ὁ αβγ· ἐντὸς δὲ αὐτοῦ σημεῖον τὸ δ· καὶ ἀπὸ τοῦ δ πρὸς τὸν αβγ κύκλον
προσπιπτέτωσαν πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι αἱ δα, δβ, δγ. λέγω ὅτι τὸ δ σημεῖον
κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ αβ, βγ καὶ τετμήσθωσαν δίχα
κατὰ τὰ ε, ζ σημεῖα· καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ εδ, δζ, διήχθωσαν ἐπὶ τὰ η, κ, θ, λ σημεῖα.
ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ αε τῇ εβ, κοινὴ δὲ ἡ εδ, δύο δὴ αἱ αε, εδ δυσὶ ταῖς βε, εδ ἴσαι
εἰσί· καὶ βάσις ἡ δα βάσει τῇ δβ ἴση ἐστί· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ αεδ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βεδ
ἴση ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα τῶν ὑπὸ αεδ, βεδ γωνιῶν· ἡ ηκ ἄρα τὴν αβ δίχα τέμνει,
καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. καὶ ἐπεὶ ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις εὐθεῖάν τινα δίχα τε καὶ
πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ἐπὶ τῆς
ηκ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐπὶ τῆς θλ ἐστὶ τὸ
κέντρον τοῦ αβγ κύκλου. καὶ οὐδὲν ἕτερον κοινὸν ἔχουσιν αἱ ηκ, θλ
εὐθεῖαι ἢ τὸ δ σημεῖον· τὸ δ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ

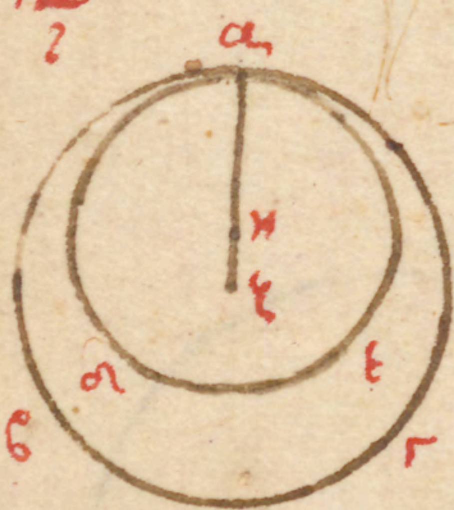


κύκλου. ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ἄλλως. Κύκλου γὰρ τοῦ αβγ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐντὸς τὸ δ. ἀπὸ δὲ τοῦ δ πρὸς τὸν αβγ κύκλον προσπιπτέτωσαν πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι αἱ δα. δβ. δγ. λέγω ὅτι τὸ ληφθὲν σημεῖον τὸ δ. κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου. μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ ε. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ δε, διήχθω ἐπὶ τὰ ζ. η. σημεῖα. ἡ ζη ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ αβγ κύκλου. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ αβγ ἐπὶ τῆς ζη διαμέτρου εἴληπται τι σημεῖον ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου τὸ δ, μεγίστη μὲν ἡ δη, μείζων δὲ ἡ μὲν δγ τῆς δβ, ἡ δὲ δβ τῆς δα. ἀλλὰ καὶ ἴσαι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ ε, κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλο τι πλὴν τοῦ δ. τὸ δ ἄρα σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου.

Κύκλος κύκλον οὐ τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο. εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ αβγ, κύκλον τὸν δεζ, τεμνέτω κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο, τὰ β. η. θ. ζ. καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ βη. βθ, δίχα τεμνέσθωσαν κατὰ τὰ κ. λ. σημεῖα. καὶ ἀπὸ τῶν κ. λ, ταῖς βη. βθ. πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσαι αἱ κγ. λμ, διήχθωσαν ἐπὶ τὰ α. ε. σημεῖα. ἐπεὶ οὖν ἐν κύκλῳ τῷ αβγ. εὐθεῖά τις ἡ αγ. εὐθεῖάν τινα τὴν βη. δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, ἐπὶ τῆς αγ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ αβγ κύκλου. πάλιν ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τῷ αὐτῷ τῷ αβγ. εὐθεῖά τις ἡ νξ. εὐθεῖάν τινα τὴν βθ. δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, ἐπὶ τῆς νξ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ αβγ κύκλου. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῆς αγ. καὶ κατ' οὐδὲν συμβάλλουσιν αἱ αγ. νξ εὐθεῖαι ἢ κατὰ τὸ ο. τὸ ο ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τοῦ δεζ κύκλου κέντρον ἐστὶ τὸ ο. δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους τῶν αβγ. δεζ, τὸ αὐτό ἐστι κέντρον τὸ ο. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ἄλλως. Κύκλος γὰρ πάλιν ὁ αβγ, κύκλον τὸν δεζ, κατὰ πλείονα τεμνέτω σημεῖα, ἢ δύο τὰ β. η. θ. ζ. καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ αβγ κύκλου, τὸ κ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ κβ. κζ. κη. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ δεζ εἴληπται σημεῖον ἐντὸς τὸ κ. καὶ ἀπὸ τοῦ κ πρὸς τὸν δεζ προσπεπτώκασι πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι, αἱ κβ. κη. κζ. τὸ ἄρα κ σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ δεζ

κύκλου ἐστὶ δὲ καὶ τοῦ αβγ κύκλου κέντρον τὸ κ· δύο ἄρα κύκλοι τέμνοντες ἀλλήλους, τὸ αὐτὸ κέντρον
ἔχουσι τὸ κ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ια ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός· καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ
κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.



δύο γὰρ κύκλοι οἱ αβγ. αδε, ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων ἐντὸς κατὰ τὸ α σημεῖον.
καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν αβγ κύκλου, κέντρον τὸ ζ· τοῦ δὲ αδε, τὸ η. λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ
η ἐπὶ τὸ ζ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ α σημεῖον πεσεῖται. μὴ γάρ·
ἀλλ' εἰ δυνατὸν πιπτέτω ὡς ἡ ζηθ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αζ. αη. ἐπεὶ οὖν αἱ
αη. ηζ. τῆς ζα. τουτέστι τῆς ζθ μείζονές εἰσι, κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ζη. λοιπὴ ἄρα
ἡ αη, λοιπῆς τῆς ηθ μείζων ἐστίν. ἴση δὲ ἡ αη τῇ ηδ· καὶ ἡ ηδ ἄρα τῆς ηθ, μεί-
ζων ἐστίν. ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ ζ ἐπὶ
τὸ η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐκτὸς τῆς κατὰ τὸ α συναφῆς πεσεῖται. ἐπ' αὐτῆς ἄρα.
ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυ-
μένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι. ἄλλως. ἀλλὰ δὴ πιπτέτω ὡς ἡ ηζγ· καὶ προσεκβεβλήσθω ἐπ' εὐ-
θείας ἡ γζη, ἐπὶ τὸ θ σημεῖον. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αη. αζ. ἐπεὶ οὖν αἱ αη.
ηζ. μείζονές εἰσι τῆς αζ· ἀλλὰ ἡ αζ. ἴση ἐστὶ τῇ ζγ. τουτέστι τῇ ζθ, κοινὴ ἀφῃρήσθω
ἡ ζη. λοιπὴ ἄρα ἡ αη. λοιπῆς τῆς ηθ μείζων ἐστί. τουτέστιν ἡ ηδ. τῆς ηθ. ἡ
ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁμοίως κἂν ἐκτὸς ᾖ τοῦ μικροῦ
τὸ κέντρον τοῦ μείζονος κύκλου, δείξομεν τὸ ἄτοπον:~

ιβ ἐὰν δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευ-
γνυμένη εὐθεῖα, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται. δύο γὰρ κύκλοι οἱ αβγ. αδε, ἐφα-
πτέσθωσαν ἀλλήλων ἐκτὸς κατὰ τὸ α σημεῖον. καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν αβγ
κέντρον τὸ ζ· τοῦ δὲ αδε, τὸ η. λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ ζ ἐπὶ τὸ η ἐπιζευγνυμένη
εὐθεῖα, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται. μὴ γάρ· ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἐρχέσθω
ὡς ἡ ζγδη· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αζ. αη. ἐπεὶ οὖν τὸ ζ σημεῖον κέντρον
ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ζα τῇ ζγ. πάλιν ἐπεὶ τὸ η σημεῖον κέντρον
τοῦ αδε κύκλου ἐστίν, ἴση ἐστὶν ἡ ηα, τῇ ηδ· ἐδείχθη δὲ ἡ ζα τῇ ζγ ἴση· αἱ
ἄρα ζα. αη, ταῖς ζγ. ηδ ἴσαι εἰσίν. ὥστε ὅλη ἡ ζη. τῶν ζα. αη μείζων ἐστίν.

ἀλλὰ καὶ ἐλάττων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ ζ ἐπὶ τὸ η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, διὰ τῆς κατὰ τὰς ἐπαφὰς οὐκ ἐλεύσεται· διὰ αὐτῆς ἄρα. ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ιγ

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν. ἐάν τε ἐκτὸς ἐάν τε ἐντὸς ἐφάπτηται. εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ αβγδ κύκλου τοῦ εβζδ ἐφαπτέσθω πρότερον ἐντὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν, τὰ δ, β. καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν αβγδ κύκλου κέντρον, τὸ η. τοῦ δὲ εβζδ, τὸ θ. ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ η ἐπὶ τὸ θ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐπὶ τὰ β, δ πεσεῖται. πιπτέτω ὡς ἡ βηθδ. καὶ ἐπεὶ τὸ η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγδ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ βη, τῇ ηδ· μείζων ἄρα ἡ βη, τῆς θδ· πολλῷ ἄρα μείζων ἡ βθ, τῆς θδ. πάλιν ἐπεὶ τὸ θ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ εβζδ κύκλου, ἴση δὲ ἡ βθ τῇ θδ. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου ἐφάπτεται ἐντὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν. λέγω ὅτι οὐδὲ ἐκτός. εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ αγκ, κύκλου τοῦ αβγδ ἐφαπτέσθω ἐκτὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν. τὰ α, γ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αγ. ἐπεὶ οὖν κύκλων τῶν αβγδ, αγκ, εἴληπται ἐπὶ τῆς περιφερείας ἑκατέρου δύο τυχόντα σημεῖα τὰ α, γ, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς ἑκατέρου πεσεῖται. ἀλλὰ τοῦ μὲν αβγδ, ἐντὸς ἔπεσε· τοῦ δὲ αγκ, ἐκτός· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου ἐφάπτεται ἐκτός, κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἐντός. κύκλος κύκλου ἄρα οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν. ἐάν τε ἐκτός, ἐάν τε ἐντὸς ἐφάπτηται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ιδ

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἔστω κύκλος ὁ αβγδ, καὶ ἐν αὐτῷ ἴσαι εὐθεῖαι ἔστωσαν, αἱ αβ, γδ. λέγω ὅτι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ αβγδ κύκλου. καὶ ἔστω τὸ ε. καὶ ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὰς αβ, γδ, κάθετοι ἤχθωσαν αἱ εζ, εη. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αε, εγ. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ εζ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν αβ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει. ἴση ἄρα ἡ αζ, τῇ ζβ· διπλῆ ἄρα ἡ αβ τῆς αζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ γδ τῆς γη, ἐστὶ διπλῆ. καὶ ἐστὶν ἴση ἡ αβ τῇ γδ. ἴση ἄρα ἡ αζ, τῇ γη. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αε τῇ εγ, ἴσον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αε, τῷ ἀπὸ τῆς εγ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς αε, ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν αζ, ζε· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ ζ γωνία. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς εγ,

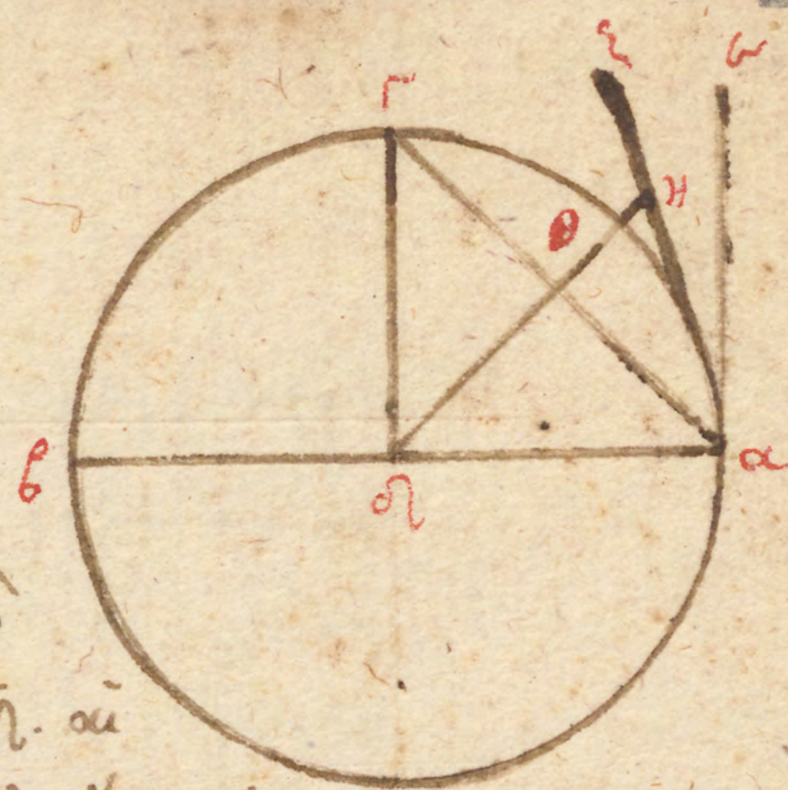
ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΓ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Η γωνία· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΖ, ΖΕ, ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΗ, ΗΕ· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ· ἴση ἄρα ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ. ἐν δὲ κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσι· αἱ ἄρα ΑΒ, ΓΔ, ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. ἀλλὰ δὴ αἱ ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖαι ἴσον ἀπεχέτωσαν ἀπὸ τοῦ κέντρου· τουτέστιν ἴση ἔστω ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ὁμοίως δείξομεν ὅτι διπλῆ ἐστιν ἡ μὲν ΑΒ, τῆς ΑΖ, ἡ δὲ ΓΔ τῆς ΓΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΓΕ, ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ, τῷ ἀπὸ τῆς ΓΕ· ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΕ, ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΑ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΕ, ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΑ, ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΓ· ὧν τὸ τῆς ΕΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ· ἴση γὰρ ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΗ· ἴση ἄρα ἡ ΑΖ, τῇ ΓΗ· καί ἐστι τῆς μὲν ΑΖ διπλῆ ἡ ΑΒ· τῆς δὲ ΓΗ διπλῆ ἡ ΓΔ· ἴση ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. ἐν κύκλῳ ἄρα αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου· καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ιε

ἐν κύκλῳ, μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διάμετρος· τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· κέντρον δὲ τὸ Ε· καὶ ἔγγιον μὲν τῆς ΑΔ διαμέτρου, ἔστω ἡ ΒΓ· ἀπώτερον δὲ ἡ ΖΗ· λέγω ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΑΔ· μείζων δὲ ἡ ΒΓ τῆς ΖΗ. ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἐπὶ τὰς ΒΓ, ΖΗ, κάθετοι αἱ ΕΘ, ΕΚ· καὶ ἐπεὶ ἔγγιον μὲν τῆς διὰ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ ΒΓ, ἀπώτερον δὲ ἡ ΖΗ, μείζων ἄρα ἡ ΕΚ τῆς ΕΘ· καὶ κείσθω τῇ ΕΘ ἴση ἡ ΕΛ· καὶ διὰ τοῦ Λ, τῇ ΕΚ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα ἡ ΛΜ, διήχθω ἐπὶ τὸ Ν· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΜ, ΕΝ, ΖΕ, ΕΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΘ τῇ ΕΛ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΜΝ· πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΜ, ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΕΝ, ἡ ἄρα ΑΔ ταῖς ΜΕ, ΕΝ, ἴση ἐστίν· ἀλλ' αἱ ΜΕ, ΕΝ, τῆς ΜΝ μείζονές εἰσι· καὶ ἡ ΑΔ τῆς ΜΝ μείζων ἐστί· καὶ ἐπεὶ αἱ ΜΕ, ΕΝ, δυσὶ ταῖς ΖΕ, ΕΗ εἰσὶν ἴσαι· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΜΕΝ, γωνίας τῆς ὑπὸ ΖΕΗ μείζων ἐστί, βάσις ἄρα ἡ ΜΝ, βάσεως τῆς ΖΗ μείζων ἐστίν· ἀλλὰ ἡ ΜΝ, τῇ ΒΓ ἐδείχθη ἴση· ἡ ΒΓ ἄρα τῆς ΖΗ μείζων ἐστί· μεγίστη ἄρα ἡ ΑΔ διάμετρος· μείζων δὲ ἡ ΒΓ, τῆς ΖΗ. ἐν κύκλῳ ἄρα, μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διάμετρος· τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ις

ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται· καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, πάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου, μείζων ἐστίν· ἡ δὲ λοιπή, ἐλάττων. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, περὶ κέντρον τὸ Δ· καὶ διάμετρον, τὴν ΑΒ.



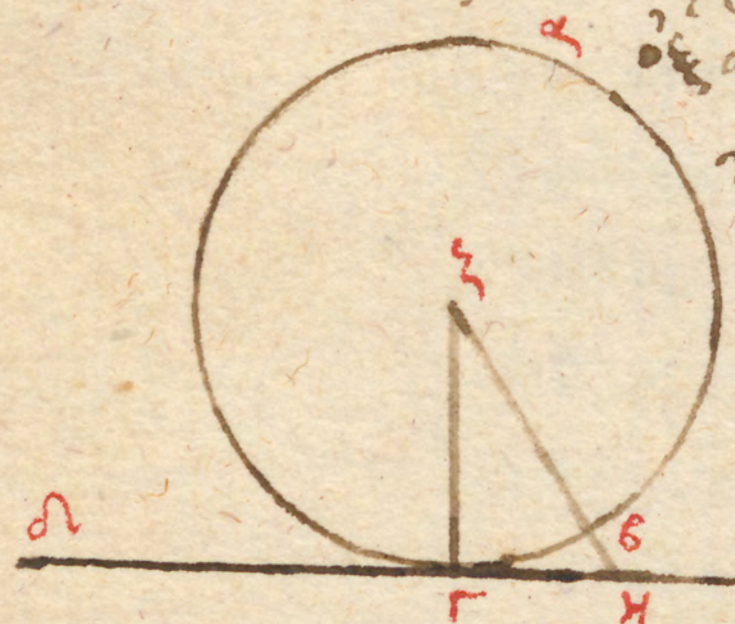
λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ α τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς
πεσεῖται τοῦ κύκλου. μὴ γάρ· ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐντός ὡς ἡ γα·
δι' ε΄ τοῦ α΄ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δγ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ δα τῇ δγ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ
δαγ γωνία, τῇ ὑπὸ αγδ. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ δαγ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ αγδ· αἱ
ἄρα ὑπὸ δαγ, αγδ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ α
σημείου τῇ βα πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. ὁμοίως δὴ
δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τῆς περιφερείας· ἐκτὸς ἄρα πιπτέτω, ὡς ἡ αε. λέγω δὴ ὅτι εἰς τὸν
μεταξὺ τόπον τῆς τε αε εὐθείας καὶ τῆς γα περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.
εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω ὡς ἡ ζα· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ δ σημείου ἐπὶ τὴν ζα, κάθετος δι' ιβ΄ τοῦ α΄
ἡ δη. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ αηδ· ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ἡ ὑπὸ δαη, μείζων ἄρα ἡ αδ, δι' ιθ΄ τοῦ α΄
τῆς δη. ἴση δὲ ἡ δα τῇ δθ· μείζων ἄρα ἡ δθ, τῆς δη. ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον. οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα παρεμ-
πεσεῖται. λέγω ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς βα εὐ-
θείας καὶ τῆς γθα περιφερείας, ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν· ἡ δὲ
λοιπὴ ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς γθα περιφερείας καὶ τῆς αε εὐθείας, ἁπάσης γωνίας
εὐθυγράμμου ἐλάττων ἐστίν. εἰ γάρ ἐστί τις γωνία εὐθύγραμμος, μείζων μὲν τῆς περι-
εχομένης ὑπό τε τῆς βα εὐθείας καὶ τῆς γθα περιφερείας, ἐλάττων δὲ τῆς περιεχομένης
ὑπό τε τῆς γθα περιφερείας καὶ τῆς αε εὐθείας· εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε γθα
περιφερείας καὶ τῆς αε εὐθείας, εὐθεῖα παρεμπεσεῖται· ἥτις ποιήσει μείζονα μὲν
τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς βα εὐθείας καὶ τῆς γθα περιφερείας, ὑπὸ εὐθειῶν
περιεχομένην· ἐλάττονα δὲ τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς γθα περιφερείας καὶ τῆς
αε εὐθείας· οὐ παρεμπίπτει δέ. οὐκ ἄρα τῆς περιεχομένης γωνίας ὑπό τε τῆς βα
εὐθείας καὶ τῆς γθα περιφερείας, ἔσται μείζων ὀξεῖα ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένη·
οὐδὲ μὴν ἐλάττων τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς γθα περιφερείας, καὶ τῆς αε εὐθείας:

πόρισμα. Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη,
ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· καὶ ὅτι εὐθεῖα κύκλου καθ' ἓν μόνον ἐφάπτεται σημεῖον· ἐπειδήπερ καὶ
ἡ κατὰ δύο αὐτῷ συμβάλλουσα, ἐντὸς αὐτοῦ πίπτουσα ἐδείχθη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ιζ΄ Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.
εἰλήφθω γὰρ τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ βγδ, τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ α· καὶ ἔστω τὸ κέντρον
τοῦ κύκλου, τὸ ε. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αε. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ ε, διαστήματι δὲ τῷ αε,
δι' γ΄ αἰτ. κύκλος γεγράφθω ὁ αζη· καὶ ἀπὸ τοῦ δ τῇ εα πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ δζ· καὶ ἐπε-
ζεύχθωσαν αἱ εζ, αβ. λέγω ὅτι ἀπὸ τοῦ α σημείου τοῦ βγδ κύκλου ἐφαπτομένη ἦκται

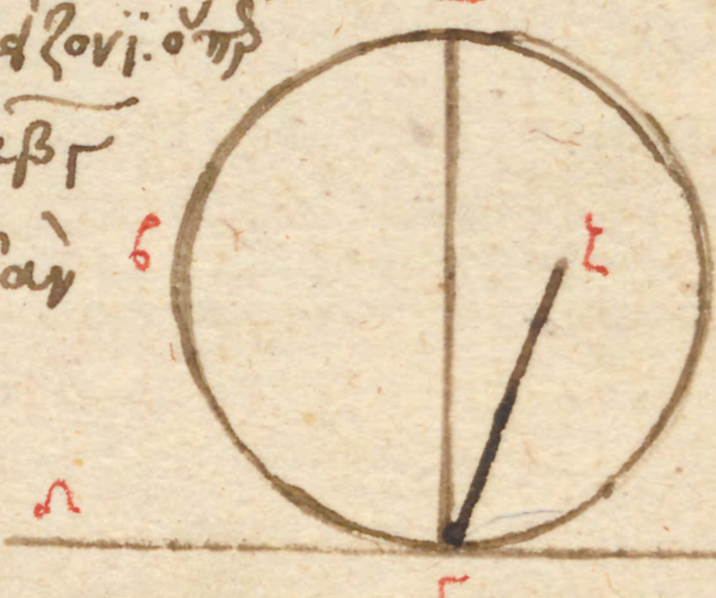
ἡ ΑΒ. ἐπεὶ γὰρ τὸ Ε κέντρον ἐστὶ τῶν ΒΓΔ, ΑΖΗ κύκλων, ἴση ἄρα ἐστὶν
ἡ μὲν ΕΑ τῇ ΕΖ, ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΕΒ· δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΒ δυσὶ ταῖς ΖΕ, ΕΔ
διὰ τὸ δ̄ τοῦ ᾱ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι τὴν πρὸς τῷ Ε· βάσις ἄρα ἡ ΔΖ
βάσει τῇ ΑΒ ἴση ἐστί· καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον, τῷ ΕΒΑ τριγώνῳ, ἴσον ἐστί· καὶ αἱ
λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΔΖ, τῇ ὑπὸ ΕΒΑ. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ
ΕΔΖ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΕΒΑ· καί ἐστιν ἡ ΕΒ, ἐκ τοῦ κέντρου· ἡ δὲ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου
πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· ἡ ΑΒ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΒΓΔ
κύκλου· ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ Α, τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ ΒΓΔ ἐφαπτο-
μένη εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

ιη ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα· ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις
εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα, κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην· κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ, ἐφαπτέ-
σθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ, κατὰ τὸ Γ σημεῖον· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου· καὶ ἔστω
τὸ Ζ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Γ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ. λέγω ὅτι ἡ ΖΓ, κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ·
εἰ γὰρ μή, ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὴν ΔΕ, κάθετος ἡ ΖΗ· ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΗΓ γωνία ὀρθή ἐστιν, διὰ τὸ ιζ̄ τοῦ ᾱ

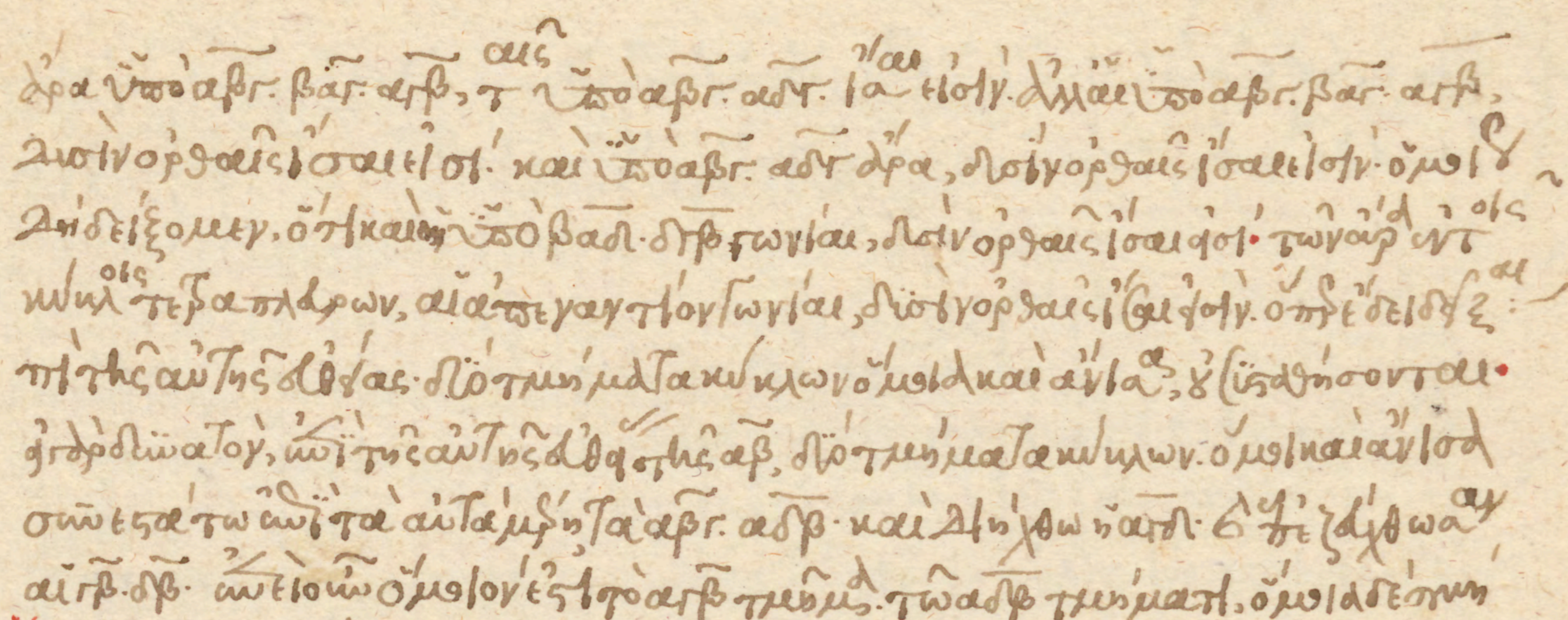


ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΓΗ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΗΓ, τῆς ὑπὸ ΖΓΗ· ὑπὸ δὲ διὰ τὸ ιθ̄ τοῦ ᾱ
τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα ἡ ΖΓ, τῆς
ΖΗ. ἴση δὲ ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ· μείζων ἄρα ἡ ΖΒ, τῆς ΖΗ· ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ΖΗ, κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ. ὁμοίως δὴ
δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις, πλὴν τῆς ΖΓ. ἡ ΖΓ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ
τὴν ΔΕ. ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα· ἀπὸ δὲ τοῦ κέν-
τρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ
τὴν ἐφαπτομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ιθ ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα· ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς, τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς
γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. κύκλου γὰρ
τοῦ ΑΒΓ, ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ, κατὰ τὸ Γ σημεῖον· ἀπὸ δὲ τοῦ Γ, τῇ ΔΕ πρὸς ὀρ-
θὰς ἤχθω ἡ ΓΑ· λέγω ὅτι ἐπὶ τῆς ΑΓ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ
δυνατόν, ἔστω τὸ Ζ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεταί τις
εὐθεῖα ἡ ΔΕ, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπέζευκται ἡ ΖΓ, ἡ ΖΓ ἄρα κά-
θετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΓΕ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ, ὀρθή·
ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΓΕ, τῇ ὑπὸ ΑΓΕ· ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ
ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ
κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλο τι πλὴν ἐπὶ τῆς ΑΓ. ἐὰν



ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς
γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:- κ
Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν
αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι. ἔστω κύκλος ὁ αβγ. καὶ πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ
αὐτοῦ γωνία ἔστω ἡ ὑπὸ βεγ. πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ, ἡ ὑπὸ βαγ. ἐχέτωσαν δὲ
τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν τὴν βγ. λέγω ὅτι διπλασίων ἐστὶν ἡ ὑπὸ βεγ γω-
νία, τῆς ὑπὸ βαγ. ἐπιζευχθεῖσα γὰρ ἡ αε, διήχθω ἐπὶ τὸ ζ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ
αε τῇ εβ, ἴση καὶ γωνία ἡ ὑπὸ εαβ, τῇ ὑπὸ εβα. αἱ ἄρα ὑπὸ εαβ, εβα γωνίαι, τῆς
ὑπὸ εαβ, διπλάσιοι εἰσίν. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ βεζ, ταῖς ὑπὸ εαβ, εβα. καὶ ἡ ὑπὸ βεζ
ἄρα, τῆς ὑπὸ εαβ διπλῆ ἐστι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ζεγ, τῆς ὑπὸ εαγ ἐστὶ δι-
πλῆ. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ βεγ, ὅλης τῆς ὑπὸ βαγ ἐστὶ διπλῆ. κεκλάσθω δὴ πάλιν.
καὶ ἑτέρα γωνία ἡ ὑπὸ βδγ. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ δε, ἐκβεβλήσθω
ἐπὶ τὸ η. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι διπλῆ ἐστιν ἡ ὑπὸ ηεγ γωνία, τῆς
ὑπὸ εδγ. ὧν ἡ ὑπὸ ηεβ, διπλῆ ἐστι τῆς ὑπὸ εδβ. ἐν κύκλῳ ἄρα
ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν
τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-
Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἔστω κύκλος κα
ὁ αβγδ. καὶ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι τῷ βαεδ γωνίαι ἔστωσαν αἱ ὑπὸ βαδ, βεδ. λέγω
ὅτι αἱ ὑπὸ βαδ, βεδ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. εἰλήφθω γὰρ τοῦ αβγδ κύκλου
τὸ κέντρον. καὶ ἔστω τὸ ζ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ βζ, ζδ. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ βζδ
γωνία πρὸς τῷ κέντρῳ ἐστίν. ἡ δὲ ὑπὸ βαδ πρὸς τῇ περιφερείᾳ, καὶ ἔχουσι τὴν
αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν τὴν βγδ, ἡ ἄρα ὑπὸ βζδ γωνία, διπλασίων
ἐστὶ τῆς ὑπὸ βαδ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ ὑπὸ βζδ, καὶ τῆς ὑπὸ βεδ δι-
πλασίων ἐστίν. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ βαδ, τῇ ὑπὸ βεδ. ἐν κύκλῳ ἄρα αἱ
ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-
κβ Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων, αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς
ἴσαι εἰσίν. ἔστω κύκλος ὁ αβγδ. καὶ ἐν αὐτῷ τετράπλευρον ἔστω τὸ αβγδ. λέγω
ὅτι αἱ ἀπεναντίον αὐτοῦ γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἐπεζεύχθωσαν αἱ
αγ, βδ. ἐπεὶ οὖν παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί, τ[οῦ]
αβγ ἄρα τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. αἱ ὑπὸ γαβ, αβγ, βγα.
ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ γαβ, τῇ ὑπὸ βδγ. ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματί εἰσι τῷ βαδγ. ἡ δὲ
ὑπὸ αγβ, τῇ ὑπὸ αδβ. ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματί εἰσι τῷ αδγβ. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ
αδγ. ταῖς ὑπὸ βαγ, αγβ, ἴση ἐστί. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ αβγ. αἱ

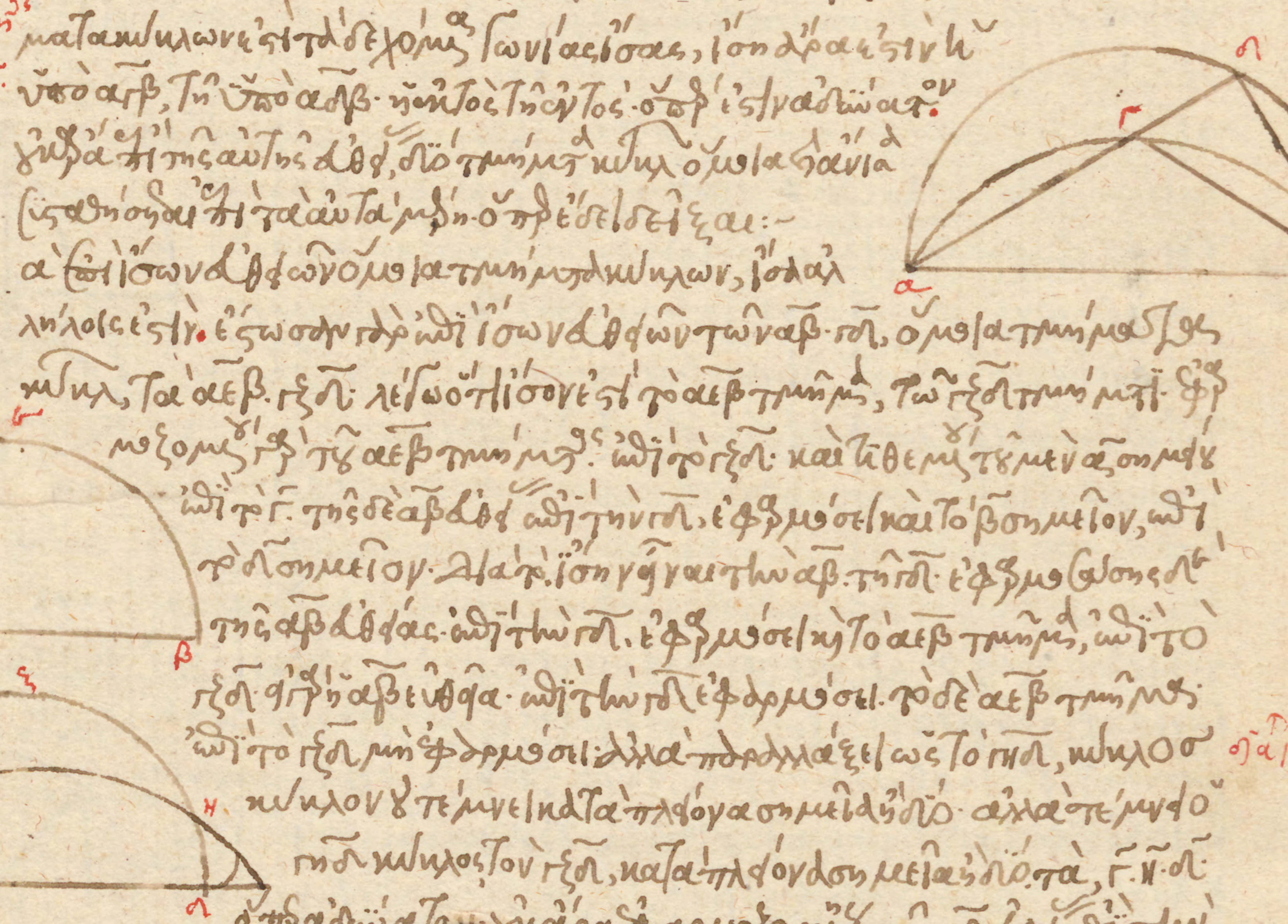


αἱ ἄρα ὑπὸ αβγ, βαγ, αγβ, ταῖς ὑπὸ αβγ, αδγ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ᾽ αἱ ὑπὸ αβγ, βαγ, αγβ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· καὶ αἱ ὑπὸ αβγ, αδγ ἄρα, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ βαδ, δγβ γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· τῶν ἄρα ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων, αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

κγ
γ

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα, οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς αβ, δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα συνεστάτωσαν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αβγ, αδβ· καὶ διήχθω ἡ αγδ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γβ, δβ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐστι τὸ αγβ τμῆμα, τῷ αδβ τμήματι, ὅμοια δὲ τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αγβ, τῇ ὑπὸ αδβ· ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

δι᾽ ι λημμ
δι᾽ α᾽ ιϛ᾽ τοῦ α᾽



κδ
γ

Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ἔστωσαν γὰρ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν αβ, γδ, ὅμοια τμήματα κύκλων, τὰ αεβ, γζδ· λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αεβ τμῆμα, τῷ γζδ τμήματι. ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ αεβ τμήματος ἐπὶ τὸ γζδ· καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν α σημείου ἐπὶ τὸ γ, τῆς δὲ αβ εὐθείας ἐπὶ τὴν γδ, ἐφαρμόσει καὶ τὸ β σημεῖον, ἐπὶ τὸ δ σημεῖον· διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν αβ τῇ γδ. ἐφαρμοσάσης δὲ τῆς αβ εὐθείας ἐπὶ τὴν γδ, ἐφαρμόσει καὶ τὸ αεβ τμῆμα, ἐπὶ τὸ γζδ. εἰ γὰρ ἡ αβ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν γδ ἐφαρμόσει· τὸ δὲ αεβ τμῆμα ἐπὶ τὸ γζδ μὴ ἐφαρμόσει· ἀλλὰ παραλλάξει ὡς τὸ γηδ, κύκλος κύκλον οὐ τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ἀλλὰ τέμνει ὁ γηδ κύκλος τὸν γζδ, κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο τὰ γ, η, δ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς αβ εὐθείας ἐπὶ τὴν γδ, οὐκ ἐφαρμόσει καὶ τὸ αεβ τμῆμα, ἐπὶ τὸ γζδ· ἐφαρμόσει ἄρα· καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται. τὰ ἄρα ἐπὶ τῶν ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

δι᾽ ι᾽ τοῦ γ᾽

κε
γ

Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον οὗπερ ἐστὶ τμῆμα. ἔστω τμῆμα κύκλου, τὸ αβγ· δεῖ δὴ τοῦ αβγ τμήματος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον οὗπερ ἐστὶ τμῆμα. τετμήσθω ἡ αγ, δίχα κατὰ τὸ δ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ δ σημείου τῇ αγ πρὸς ὀρθάς, ἡ δβ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αβ· ἡ ὑπὸ αβδ γωνία ἄρα, τῆς ὑπὸ βαδ, ἤτοι μείζων ἐστίν, ἢ ἴση, ἢ ἐλάττων. ἔστω πρότερον μείζων· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ βα εὐθείᾳ

δι᾽ ι᾽ τοῦ α᾽
δι᾽ ια᾽ τοῦ α᾽
δι᾽ κγ᾽ τοῦ α᾽

ἴσα· πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α, τῇ ὑπὸ αβδ γωνίᾳ· ἴση ἡ ὑπὸ
βαε· καὶ διήχθω ἡ δβ ἐπὶ τὸ ε· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εγ. ἐπεὶ οὖν
ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ αβε γωνία τῇ ὑπὸ βαε, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ
εβ εὐθεῖα, τῇ εα· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ δγ· κοινὴ δὲ ἡ δε,
δύο δὴ αἱ αδ· δε, δυσὶ ταῖς γδ· δε, ἴσαι εἰσὶν· ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ
γωνία ἡ ὑπὸ αδε· γωνίᾳ τῇ ὑπὸ γδε ἐστὶν ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ
βάσις ἄρα ἡ αε· βάσει τῇ γε, ἐστὶν ἴση· ἀλλ' ἡ αε, τῇ βε ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ
βε ἄρα τῇ γε ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ αε· εβ· εγ, ἴσαι εἰσίν· ὁ ἄρα κέντρῳ
τῷ ε· διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν αε· εβ· εγ· κύκλος γραφόμενος, ἥξει καὶ διὰ τῶν
λοιπῶν σημείων· καὶ ἔσται προσαναγεγραμμένος· κύκλου ἄρα τμήματος δοθέντος,
προσαναγέγραπται ὁ κύκλος· καὶ δῆλον ὡς τὸ αβγ τμῆμα, ἔλαττόν ἐστιν ἡ-
μικυκλίου· διὰ τὸ, τὸ ε κέντρον, ἐκτὸς αὐτοῦ τυγχάνειν· ὁμοίως δὲ κἂν ἡ ὑπὸ
αβδ γωνία, ἴση τῇ ὑπὸ βαδ· τῆς αδ ἴσης γενομένης ἑκατέρᾳ τῶν βδ· δγ, αἱ τρεῖς
αἱ δα· δβ· δγ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· καὶ ἔσται τὸ δ, κέντρον προσαναπεπληρωμένου
κύκλου· καὶ δηλαδὴ ἔσται τὸ αβγ, ἡμικύκλιον· ἐὰν δὲ ἡ ὑπὸ αβδ ἐλάττων ᾖ
τῆς ὑπὸ βαδ· καὶ συστησόμεθα πρὸς τῇ βα εὐθείᾳ· καὶ τῷ α σημείῳ τῇ ὑπὸ αβδ ὡς τὸ θ
γωνίᾳ ἴσην, ἐντὸς τοῦ αβγ τμήματος πεσεῖται τὸ κέντρον· ἐπὶ τῆς βδ· τὸ θ· καὶ ἔσται δηλαδὴ
τὸ αβγ τμῆμα, μεῖζον ἡμικυκλίου· κύκλου ἄρα τμήματος δοθέντος, ἀναγέγραπται ὁ
ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἴσαι γωνίαι, ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν ⸓ κύκλος, ὅσπερ ἐστὶ τμῆμα :- κϛ
βεβήκασιν· ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις· ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.
ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι, οἱ αβγ· δεζ· καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι γωνίαι ἔστωσαν· πρὸς μὲν
τοῖς κέντροις, αἱ ὑπὸ βηγ· εθζ· πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις, αἱ ὑπὸ βαγ· εδζ· λέγω
ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ βκγ περιφέρεια, τῇ ελζ περιφερείᾳ· ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ βγ, εζ. καὶ
ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ αβγ· δεζ κύκλοι, ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ βη· ηγ·
δυσὶ ταῖς εθ· θζ, ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ η· γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ θ, ἴση· βάσις
ἄρα ἡ βγ· βάσει τῇ εζ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ α γωνία τῇ πρὸς τῷ δ,
ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ βαγ τμῆμα, τῷ εδζ τμήματι· καὶ εἰσὶν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν
βγ· εζ· τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα
τὸ βαγ τμῆμα, τῷ εδζ· ἔστι δὲ καὶ ὅλος ὁ αβγ κύκλος, ὅλῳ τῷ δεζ ἴσος· λοιπὴ ἄρα ἡ βκγ
περιφέρεια, τῇ ελζ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση· ἐν ἄρα τοῖς
ἴσοις κύκλοις, αἱ ἴσαι γωνίαι, ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν

βεβήκασιν· ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΚΖ Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἐν γὰρ ἴσοις κύκλοις τοῖς αβγ δεζ, πρὸς μὲν τοῖς η θ κέντροις γωνίαι βεβηκέτωσαν αἱ ὑπὸ βηγ εθζ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ βαγ εδζ. λέγω ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ βηγ τῇ ὑπὸ εθζ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ὑπὸ βαγ τῇ ὑπὸ εδζ. εἰ μὲν οὖν ἡ ὑπὸ βηγ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ εθζ, φανερὸν ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ βαγ τῇ ὑπὸ εδζ ἴση ἐστίν. εἰ δὲ οὔ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ βηγ. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ βη εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ η, τῇ ὑπὸ εθζ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ βηκ. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι, ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἴση ἄρα ἡ βκ περιφέρεια, τῇ εζ περιφερείᾳ. ἀλλ' ἡ εζ τῇ βγ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ βκ ἄρα τῇ βγ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ βηγ, τῇ ὑπὸ εθζ· ἴση ἄρα. καί ἐστι τῆς μὲν ὑπὸ βηγ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ α, τῆς δὲ ὑπὸ εθζ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ δ· ἴση ἄρα καὶ ἡ πρὸς τῷ α γωνία, τῇ πρὸς τῷ δ. ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις βεβηκυῖαι ὦσιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΚΗ Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι· τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι· τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι. ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ αβγ δεζ. καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι εὐθεῖαι ἔστωσαν αἱ βγ εζ, τὰς μὲν βαγ εδζ περιφερείας μείζονας ἀφαιροῦσαι, τὰς δὲ βηγ εθζ ἐλάττονας. λέγω ὅτι ἡ μὲν βαγ μείζων περιφέρεια, ἴση ἐστὶ τῇ εδζ περιφερείᾳ· ἡ δὲ βηγ ἐλάττων περιφέρεια, ἴση τῇ εθζ ἐλάττονι. εἰλήφθω τὰ κέντρα τῶν κύκλων καὶ ἔστω τὰ κ λ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ βκ κγ ελ λζ. ἐπεὶ ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων. δύο δὴ αἱ βκ κγ δυσὶ ταῖς ελ λζ ἴσαι εἰσί· καὶ βάσις ἡ βγ βάσει τῇ εζ ἴση. γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ βκγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ελζ ἴση ἐστίν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι, ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἴση ἄρα ἡ βηγ περιφέρεια, τῇ εθζ. ἔστι δὲ καὶ ὅλος ὁ αβγ κύκλος, ὅλῳ τῷ δεζ κύκλῳ ἴσος· λοιπὴ ἄρα ἡ βαγ περιφέρεια

λοιπῇ τῇ ἐδζ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι· τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι· τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

κθ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν. ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι, οἱ αβγ. δεζ. καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν αἱ βηγ. εθζ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ βγ. εζ εὐθεῖαι. λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ βγ εὐθεῖα, τῇ εζ εὐθείᾳ. εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων τὰ, κ. λ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ βκ. κγ. ελ. λζ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βηγ περιφέρεια τῇ εθζ περιφερείᾳ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βκγ, τῇ ὑπὸ ελζ. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ αβγ. δεζ κύκλοι, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων, δύο δὴ αἱ βκ. κγ. δυσὶ ταῖς ελ. λζ. ἴσαι εἰσί· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι. βάσις ἄρα ἡ βγ. βάσει τῇ εζ ἴση ἐστίν. ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις, ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας, ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

λ

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν, δίχα τεμεῖν. ἔστω ἡ δοθεῖσα περιφέρεια, ἡ αδβ. δεῖ δὴ τὴν αδβ περιφέρειαν, δίχα τεμεῖν. ἐπεζεύχθω ἡ αβ. καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ γ. καὶ ἀπὸ τοῦ γ σημείου, τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ γδ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αδ. δβ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αγ τῇ γβ. κοινὴ δὲ ἡ γδ. δύο δὴ αἱ αγ. γδ. δυσὶ ταῖς βγ. γδ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αγδ. γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βγδ ἴση. ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα. καὶ βάσις ἄρα ἡ αδ. βάσει τῇ δβ, ἴση ἐστίν. αἱ δὲ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι· τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι· τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι· καί ἐστιν ἑκατέρα τῶν αδ. δβ περιφερειῶν, ἐλάττων ἡμικυκλίου. ἴση ἄρα ἡ αδ περιφέρεια, τῇ δβ περιφερείᾳ. ἡ ἄρα δοθεῖσα περιφέρεια, δίχα τέτμηται κατὰ τὸ δ σημεῖον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:~

λα

Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία, ὀρθή ἐστιν. ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς. ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι τμήματι, μείζων ὀρθῆς. καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ὀρθῆς. ἔστω κύκλος ὁ αβγδ. διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ βγ, κέντρον δὲ τὸ ε. καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τοῦ ἡμικυκλίου τυχὸν σημεῖον τὸ δ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ βα. αγ. αδ. δγ. λέγω ὅτι ἡ μὲν ἐν τῷ βαγ γωνία ἡμικυκλίῳ, ὀρθή ἐστιν. ἡ δὲ ἐν τῷ αβγ μείζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι γωνία, ἡ ὑπὸ αβγ, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς. ἡ δὲ ἐν τῷ αδγ ἐλάττονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι, ἡ ὑπὸ αδγ, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. ἐπεζεύχθω ἡ αε. καὶ διήχθω ἡ βα ἐπὶ τὸ ζ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βε τῇ εα, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ εαβ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εβα. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αε τῇ εγ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αγε, τῇ ὑπὸ γαε. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ βαγ δυσὶ ταῖς ὑπὸ

κθ

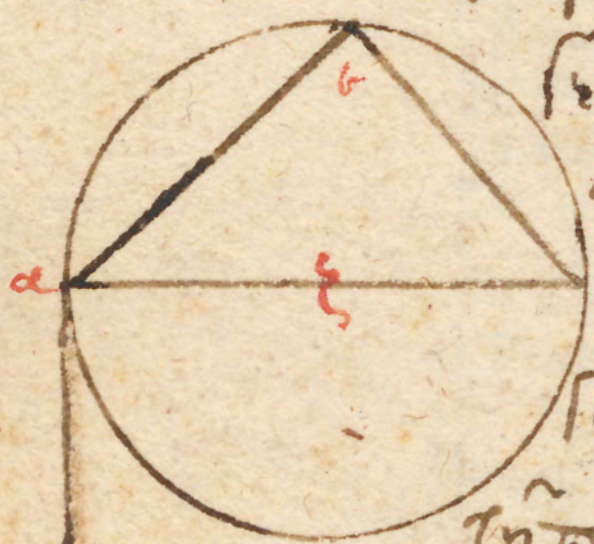
αβγ. αγβ. ἴση ἐστίν· ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ζαγ ἐκτὸς τοῦ αβγ τριγώνου,
δυσὶ ταῖς ὑπὸ αβγ. αγβ γωνίαις ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ βαγ γωνία τῇ
ὑπὸ ζαγ. ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα· ἡ ἄρα ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ἡ ὑπὸ βαγ ὀρθή
ἐστι. καὶ ἐπεὶ τοῦ αβγ τριγώνου δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ αβγ. βαγ δύο ὀρθῶν ἐλάτ-
τονές εἰσιν· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βαγ γωνία, ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ αβγ γωνία·
καὶ ἔστιν ἐν τῷ αβγ μείζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι. καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετρά-
πλευρόν ἐστι τὸ αβγδ, τῶν δὲ ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γω-
νίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, αἱ ἄρα ὑπὸ αβγ. αδγ γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι
εἰσί· καί ἐστιν ἡ ὑπὸ αβγ, ἐλάττων ὀρθῆς· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ αδγ, μείζων ἐστὶν ὀρ-
θῆς· καὶ ἔστιν ἐν τῷ ἐλάττονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ
μείζονος τμήματος γωνία ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς αβγ περιφερείας καὶ τῆς αγ εὐθεί-
ας μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς αδγ
περιφερείας καὶ τῆς αγ εὐθείας, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· καί ἐστιν αὐτόθεν φανερόν·
ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ τῶν βα. αγ εὐθειῶν περιεχομένη ὀρθὴ γωνία ἐστίν, ἡ ἄρα ὑπὸ τῆς αβγ
περιφερείας καὶ τῆς αγ εὐθείας περιεχομένη, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. πάλιν ἐπεὶ ἡ ὑπὸ
τῶν αγ. αζ εὐθειῶν ὀρθή ἐστιν, ἡ ἄρα ὑπὸ τῆς γα εὐθείας καὶ τῆς αδγ περιφερείας περιε-
χομένη, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς. ἐν κύκλῳ ἄρα ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία, ὀρθή
ἐστιν· ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μεί-
ζων ἐστὶν ὀρθῆς· καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς·
ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος, ἐλάττων ὀρθῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ἄλλως ἡ ἀπό-
δειξις τοῦ ὀρθὴν εἶναι τὴν ὑπὸ βαγ γωνίαν. ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ὑπὸ αεγ τῆς ὑπὸ
βαε· ἴση γὰρ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ αεβ διπλῆ τῆς ὑπὸ εαγ· αἱ
ἄρα ὑπὸ αεβ. αεγ, διπλάσιοί εἰσι τῆς ὑπὸ βαγ γωνίας· ἀλλ' αἱ ὑπὸ αεβ. αεγ, δυσὶν
ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἡ ἄρα ὑπὸ βαγ, ὀρθή ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Πόρισμα. Ἐκ δὴ τούτου φανερόν,
ὅτι ἐὰν ἐν τριγώνῳ ἡ μία γωνία ταῖς δυσὶν ἴση ᾖ, ὀρθή ἐστι· διὰ τὸ καὶ τὴν ἐκείνης ἐφε-
ξῆς, ταῖς αὐταῖς ἴσην εἶναι· ὅταν δὲ αἱ ἐφεξῆς ἴσαι ὦσιν, ὀρθαί εἰσιν:~

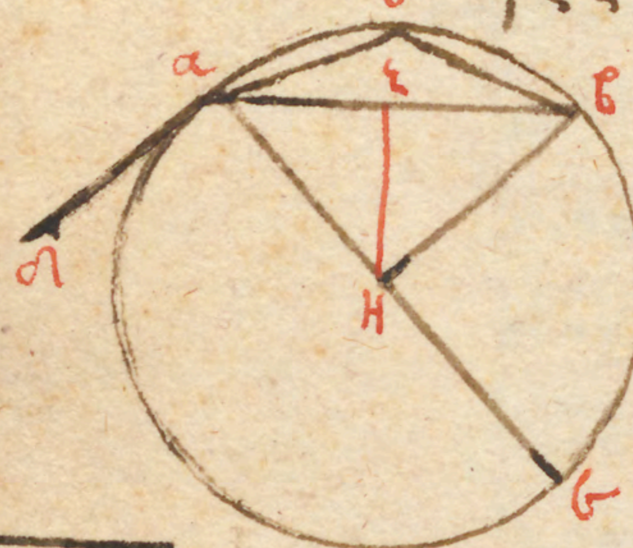
λβ' Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα· ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα
τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς
ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις. κύκλου γὰρ τοῦ αβγδ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ
εζ κατὰ τὸ β σημεῖον· καὶ ἀπὸ τοῦ β σημείου διήχθω τις εὐθεῖα εἰς τὸν αβγδ κύκλον
τέμνουσα αὐτόν, ἡ βδ. λέγω ὅτι ἃς ποιεῖ γωνίας ἡ βδ μετὰ τῆς εζ ἐφαπτομένης,
ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ κύκλου γωνίαις· τουτέστιν ὅτι ἡ μὲν
ὑπὸ ζβδ, ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ βαδ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ· ἡ δὲ ὑπὸ εβδ, ἴση ἐστὶ

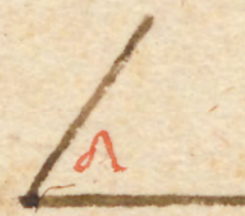
τῇ ἐν τῷ δγβ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ β, τῇ εζ πρὸς
ὀρθὰς ἡ βα. καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς βδ περιφερείας, τυχὸν σημεῖον
τὸ γ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αδ. δγ. γβ. καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ αβγδ ἐφά-
πτεταί τις εὐθεῖα ἡ εζ, κατὰ τὸ β. καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ β ἁφῆς. ἦ-
κται τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς ἡ βα, ἐπὶ τῆς βα ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγδ
κύκλου. ἡ βα ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ αβγδ κύκλου. ἡ ἄρα ὑπὸ αδβ γωνία, ἐν ἡμι-
κυκλίῳ οὖσα, ὀρθή ἐστι. λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ βαδ. αβδ, μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν.
ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ αβζ ὀρθή. ἡ ἄρα ὑπὸ αβζ, ἴση ἐστὶ ταῖς ὑπὸ βαδ. αβδ. κοινὴ
ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ αβδ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ δβζ γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ
τμήματι τοῦ κύκλου γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βαδ. καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ
αβγδ, καὶ αἱ ἀπεναντίον αὐτοῦ γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. αἱ ἄρα ὑπὸ δβζ.
δβε, ταῖς ὑπὸ βαδ. βγδ, ἴσαι εἰσίν. ὧν ἡ ὑπὸ βαδ, τῇ ὑπὸ δβζ ἐδείχθη ἴση. λοι-
πὴ ἄρα ἡ ὑπὸ δβε, τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι τῷ δγβ. τῇ ὑπὸ δγβ γωνίᾳ
ἐστὶν ἴση. ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα. ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον
διαχθῇ τις εὐθεῖα. τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι
ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

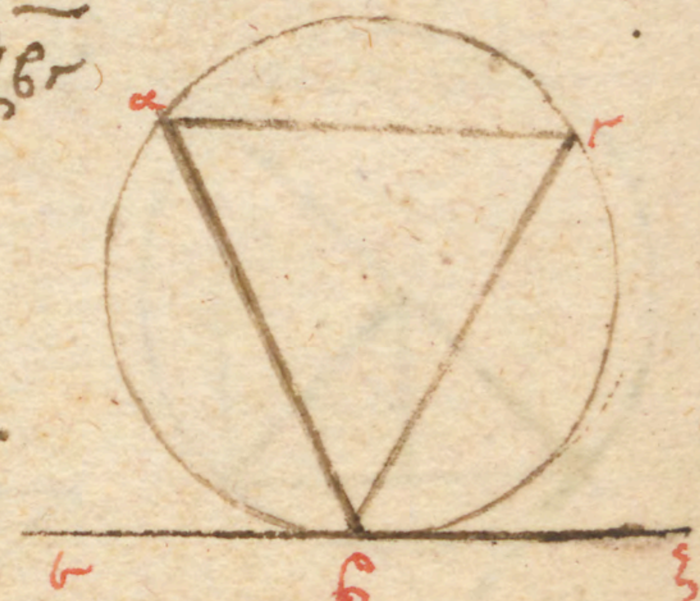
Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας, γράψαι τμῆμα κύκλου. δεχόμενον γωνίαν, ἴσην τῇ δοθείσῃ λγ
γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, ἡ αβ. ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος,
ἡ πρὸς τῷ γ. δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας τῆς αβ, γράψαι τμῆμα κύκλου δε-
χόμενον γωνίαν, ἴσην τῇ πρὸς τῷ γ γωνίᾳ. ἡ ἄρα πρὸς τῷ γ, ἤτοι ὀξεῖα ἐστίν, ἢ
ὀρθὴ ἢ ἀμβλεῖα. ἔστω πρότερον ὀξεῖα. ὡς ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς. συνε-
στάτω πρὸς τῇ αβ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α, τῇ πρὸς τῷ γ γωνίᾳ, ἴση ἡ
ὑπὸ βαδ. ὀξεῖα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ βαδ. ἤχθω τῇ αδ ἀπὸ τοῦ α σημείου πρὸς
ὀρθὰς, ἡ αε. καὶ τετμήσθω ἡ αβ, δίχα κατὰ τὸ ζ. καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ ζ σημείου
τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς, ἡ ζη. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ηβ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αζ τῇ βζ, κοινὴ
ἡ ζη, δύο δὴ αἱ αζ. ζη, δυσὶ ταῖς βζ. ζη, ἴσαι εἰσί. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αζη, τῇ ὑπὸ ηζβ,
ἴση. βάσις ἄρα ἡ αη. βάσει τῇ βη, ἴση ἐστίν. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ η. διαστήματι δὲ
τῷ ηα, κύκλος γραφόμενος, ἥξει καὶ διὰ τοῦ β. γεγράφθω. καὶ ἔστω ὁ αβε. καὶ ἐπεζεύ-
χθω ἡ εβ. ἐπεὶ οὖν ἀπ' ἄκρας τῆς αε διαμέτρου, ἀπὸ τοῦ α, τῇ αε πρὸς ὀρθάς ἐστιν
ἡ αδ, ἡ αδ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ αβε κύκλου. καὶ ἐπεὶ τοῦ αβε κύκλου ἐφάπτεταί τις
εὐθεῖα ἡ αδ. καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ α ἁφῆς. εἰς τὸν αεβ κύκλον διῆκταί τις εὐθεῖα ἡ
αβ, ἡ ἄρα ὑπὸ δαβ γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου

τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΕΒ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΔΑΒ, τῇ πρὸς τῷ Γ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ πρὸς
τῷ Γ ἄρα γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΑΕΒ. ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς ΑΒ, κύκλου
τμῆμα γέγραπται τὸ ΑΕΒ, δεχόμενον γωνίαν τὴν ὑπὸ ΑΕΒ. ἴσην τῇ δοθείσῃ πρὸς τῷ Γ·
ἀλλὰ δὴ ὀρθὴ ἔστω ἡ πρὸς τῷ Γ. καὶ δέον πάλιν ἔστω, ἐπὶ τῆς ΑΒ γράψαι τμῆμα
κύκλου δεχόμενον γωνίαν, ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ ὀρθῇ. συνεστάτω γὰρ πάλιν τῇ πρὸς τῷ Γ
διὰ κγ' τοῦ α' ὀρθῇ γωνίᾳ, ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς. καὶ τετμήσθω
ἡ ΑΒ, δίχα κατὰ τὸ Ζ. καὶ κέντρῳ τῷ Ζ. διαστήματι δὲ ὁποτέρῳ τῶν ΖΑ, ΖΒ, κύκλος
γεγράφθω ὁ ΑΕΒ. ἐφάπτεται ἄρα ἡ ΑΔ εὐθεῖα, τοῦ ΑΕΒ κύκλου. διὰ τὸ ὀρθὴν
εἶναι τὴν πρὸς τῷ Α γωνίαν. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία, τῇ ἐν τῷ ΑΕΒ
τμήματι ἴση. καὶ ἡ ἐν τῷ ΑΕΒ ἄρα τμήματι, τῇ πρὸς τῷ Γ ἴση ἐστί.
γέγραπται ἄρα πάλιν ἐπὶ τῆς ΑΒ, τμῆμα τὸ ΑΕΒ, δεχόμενον γωνίαν, ἴσην
τῇ πρὸς τῷ Γ. ἀλλὰ δὴ ἡ πρὸς τῷ Γ, ἔστω ἀμβλεῖα. καὶ συνεστάτω αὐτῇ ἴση
πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ. καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α, ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· ὡς ἔχει ἐπὶ
τῆς τρίτης καταγραφῆς. καὶ τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω, ἡ ΑΕ. καὶ τετμήσθω
πάλιν ἡ ΑΒ, δίχα κατὰ τὸ Ζ. καὶ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΖΗ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ
ΗΒ. καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ. κοινὴ δὲ ἡ ΖΗ, δύο δὴ αἱ ΑΖ, ΖΗ. δυσὶ ταῖς
ΒΖ, ΖΗ, ἴσαι εἰσί. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΖΗ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΖΗ, ἴση ἐστίν. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν
τῷ Η διαστήματι δὲ τῷ ΗΑ· κύκλος γραφόμενος, ἥξει καὶ διὰ τοῦ Β. ἐρχέσθω
ὡς ὁ ΑΕΒ. καὶ ἐπεὶ τῇ ΑΕ διαμέτρῳ ἀπ' ἄκρας πρὸς ὀρθάς ἐστιν ἡ ΑΔ,
ἡ ΑΔ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΕΒ κύκλου. καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς, διῆκται
ἡ ΑΒ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΔ γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου
τμήματι τῷ ΑΘΒ, συνισταμένῃ γωνίᾳ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία, τῇ πρὸς τῷ Γ ἴση
ἐστί. καὶ ἡ ἐν τῷ ΑΘΒ ἄρα τμήματι γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Γ. ἐπὶ τῆς δοθείσης
ἄρα εὐθείας τῆς ΑΒ, γέγραπται τμῆμα κύκλου τὸ ΑΘΒ. δεχόμενον γωνίαν, ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ.
Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου, τμῆμα ἀφελεῖν. δεχόμενον γωνίαν, ἴσην ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:–
τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος, ὁ ΑΒΓ. ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία
εὐθύγραμμος, ἡ πρὸς τῷ Δ. δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον
γωνίαν, ἴσην τῇ πρὸς τῷ Δ γωνίᾳ. ἤχθω τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτομένη, ἡ ΕΖ. κατὰ τὸ Β ση-
μεῖον. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΖΒ εὐθείᾳ. καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β, τῇ πρὸς
τῷ Δ γωνίᾳ, ἴση ἡ ὑπὸ ΖΒΓ. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ. ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ
κατὰ τὸ Β. καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Β ἐπαφῆς διῆκται ἡ ΒΓ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΖΒΓ









γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ βαγ ἐναλλὰξ τμήματι γωνίᾳ· ἀλλ' ἡ ὑπὸ ζβγ. τῇ πρὸς τῷ δ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ἐν τῷ βαγ ἄρα τμήματι γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ δ· ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἄρα κύκλου τοῦ αβγ τμῆμα ἀφῄρηται τὸ βαγ, δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ πρὸς τῷ δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

λε

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἐν γὰρ κύκλῳ τῷ αβγδ, δύο εὐθεῖαι αἱ αγ. βδ, τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ ε σημεῖον· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αε. εγ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν δε. εβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· εἰ μὲν οὖν αἱ αγ. βδ διὰ τοῦ κέντρου εἰσίν, ὥστε τὸ ε κέντρον εἶναι τοῦ αβγδ κύκλου, φανερὸν ὅτι ἴσων οὐσῶν τῶν αε. εγ. δε. εβ, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν αε. εγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν δε. εβ. περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἔστωσαν δὴ αἱ αγ. δβ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ αβγδ κύκλου· καὶ ἔστω τὸ ζ· καὶ ἀπὸ τοῦ ζ ἐπὶ τὰς αγ. δβ εὐθείας, κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ζη. ζθ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ζβ. ζγ. ζε· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ζη. εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν αγ. πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ἴση ἄρα ἡ αη τῇ ηγ· ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ αγ. τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ η. εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ ε, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αε. εγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς εη τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ηγ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ηζ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αε. εγ. μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ηε. ηζ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γη. ηζ· ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν εη. ηζ, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ζε· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν γη. ηζ, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ζγ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αε. εγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ζε, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ζγ. ἴση δὲ ἡ ζγ τῇ ζβ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αε. εγ. μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς εζ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ζβ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν δε. εβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ζε, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ζβ· ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν αε. εγ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ζε, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ζβ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αε. εγ. μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ζε, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν δε. εβ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ζε· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ζε· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν αε. εγ. περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν δε. εβ. περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

λϛ

ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι
δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης
τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρ-
τῆς περιφερείας περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.
κύκλου γὰρ τοῦ αβγ, εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτός, τὸ δ· καὶ ἀπὸ τοῦ δ πρὸς τὸν αβγ
κύκλον, προσπιπτέτωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ δγα, δβ· καὶ ἡ μὲν δγα, τεμνέτω τὸν
κύκλον τὸν αβγ· ἡ δὲ δβ, ἐφαπτέσθω· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δγ περιεχόμενον ὀρθο-
γώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δβ τετραγώνῳ· ἡ γὰρ δγα, ἤτοι διὰ τοῦ κέντρου ἐστὶν, ἢ
οὔ. ἔστω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου· καὶ ἔστω τὸ ζ, κέντρον τοῦ αβγ κύκλου· καὶ ἐπεζεύ-
χθω ἡ ζβ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζβδ· καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ αγ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ
ζ· πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ γδ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ζγ, ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ζδ. ἴση δὲ ἡ ζγ τῇ ζβ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ζβ,
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ζδ· ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ζδ, τοῖς ἀπὸ τῶν ζβ, βδ· ὀρθὴ γὰρ
ἡ ὑπὸ ζβδ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ζβ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν
ζβ, βδ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ζβ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δγ, ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δβ ἐφαπτομένης. ἀλλὰ δὴ ἡ δγα, μὴ ἔστω διὰ τοῦ κέντρου
τοῦ αβγ κύκλου· καὶ εἰλήφθω κέντρον τὸ ε· καὶ ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὴν αγ κάθετος
ἤχθω ἡ εζ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εβ, εγ, εδ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ εβδ· καὶ ἐπεὶ
εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ εζ, εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν αγ
πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει, ἡ αζ ἄρα τῇ
ζγ ἴση ἐστί. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ αγ τέτμηται δίχα κατὰ
τὸ ζ σημεῖον, πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ γδ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δγ μετὰ τοῦ
ἀπὸ τῆς ζγ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ζδ· κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ζε· τὸ
ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δγ μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ζγ, ζε, ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ζδ, ζε,
τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ζδ, ζε, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς εδ· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ εζδ. τοῖς δὲ ἀπὸ
τῶν γζ, ζε, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς εγ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς εγ,
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εδ· ἴση δὲ ἡ εγ τῇ εβ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δγ μετὰ τοῦ ἀπὸ
τῆς εβ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εδ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς εδ, ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῆς εβ, βδ· οἷς
ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ εβδ γωνία· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς εβ, ἴσον ἐστὶ τ-
ἀπὸ τῶν εβ, βδ· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς εβ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δγ,
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δβ. ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ
ἔδει δεῖξαι:

ἂν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς. ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτω- λζ
σιν εὐθεῖαι. καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον. ἡ δὲ προσπίπτῃ. ἦ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς
ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς
κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται
τοῦ κύκλου. κύκλου γὰρ τοῦ αβγ, εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ δ. καὶ ἀπὸ τοῦ δ, πρὸς τὸν
αβγ κύκλον, προσπιπτέτωσαν εὐθεῖαι αἱ δγα, δβ. καὶ ἡ μὲν δγα, τεμνέ-
τω τὸν κύκλον. ἡ δὲ δβ, προσπιπτέτω. ἔστω δὲ τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δγ, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς δβ.
λέγω ὅτι ἡ δβ, ἐφάπτεται τοῦ αβγ κύκλου. ἤχθω γὰρ τοῦ αβγ κύκλου ἐφαπτομένη
ἡ δε. καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ αβγ κύκλου. καὶ ἔστω τὸ ζ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ
ζε, ζβ, ζδ. ἡ ἄρα ὑπὸ ζεδ, ὀρθή ἐστι. καὶ ἐπεὶ ἡ δε, ἐφάπτεται τοῦ αβγ κύκλου.
τέμνει δὲ ἡ δγα, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δγ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δε. ὑπόκειται δὲ
τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δγ, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς δβ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς δε, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς δβ. ἴση ἄρα ἡ δε τῇ δβ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ζε, τῇ ζβ ἴση. δύο δὴ αἱ δε, εζ, δυσὶ ταῖς
δβ, βζ, ἴσαι εἰσί. καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ ζδ. γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ δεζ, γωνίᾳ
τῇ ὑπὸ δβζ, ἴση ἐστίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ δεζ. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ δβζ. καί ἐστιν ἡ βζ
ἐκβαλλομένη διάμετρος. ἡ δὲ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ᾽ ἄκρας
ἀγομένη, ἐφάπτεται τοῦ κύκλου. ἡ δβ ἄρα, ἐφάπτεται τοῦ αβγ κύκλου. ὁμοίως δὴ
δειχθήσεται, κἂν τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς αγ τυγχάνῃ. ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι ση-
μεῖον ἐκτὸς, καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

※ Εὐκλείδου στοιχείων δ΄ ※

ὅροι

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται. σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται. σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου, ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἐφάπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. κύκλος δὲ εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται. κύκλος δὲ περὶ σχῆμα εὐθύγραμμον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται. εὐθεῖα δὲ εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

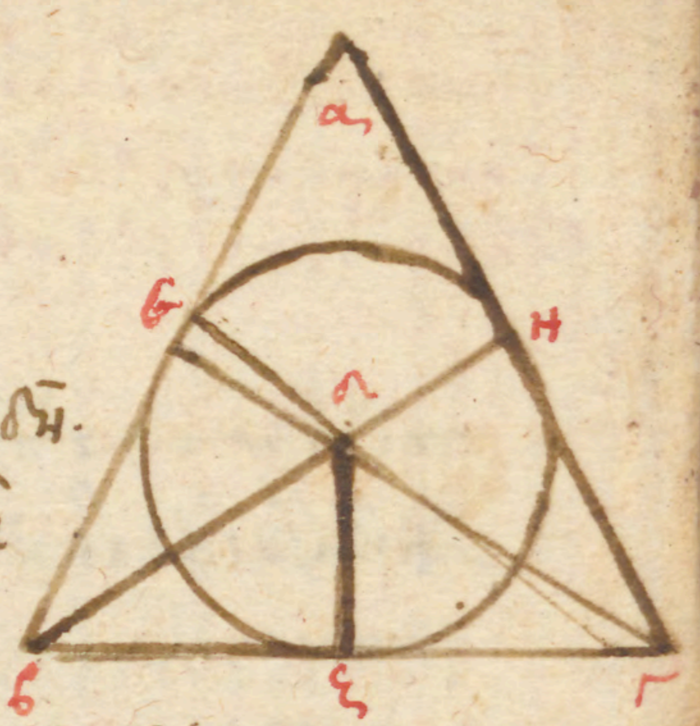
α΄ Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος, ὁ αβγ. ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα μὴ μείζων τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἡ δ. δεῖ δὴ εἰς τὸν αβγ κύκλον, τῇ δ εὐθείᾳ, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι. ἤχθω τοῦ αβγ κύκλου διάμετρος, ἡ βγ. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ δ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. ἐνήρμοσται γὰρ εἰς τὸν αβγ κύκλον, τῇ δ εὐθείᾳ ἴση ἡ βγ. εἰ δὲ μείζων ἐστὶν ἡ βγ τῆς δ, κείσθω τῇ δ ἴση ἡ γε. καὶ κέντρῳ τῷ γ, διαστήματι δὲ τῷ γε, κύκλος γεγράφθω ὁ εαζ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γα. ἐπεὶ οὖν τὸ γ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ εαζ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ γα τῇ γε. ἀλλὰ ἡ γε τῇ δ ἐστιν ἴση. καὶ ἡ δ ἄρα τῇ γα ἴση ἐστίν. εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον τὸν αβγ, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ δ, ἴση ἐνήρμοσται ἡ γα. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

β΄ Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος, ὁ αβγ. τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον, τὸ δεζ. δεῖ δὴ εἰς τὸν αβγ κύκλον, τῷ δεζ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι. ἤχθω τοῦ αβγ κύκλου ἐφαπτομένη ἡ ηθ κατὰ τὸ α. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ αθ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α, τῇ ὑπὸ δεζ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ θαγ. πρὸς δὲ τῇ ηα εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α, τῇ ὑπὸ δζε γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ηαβ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βγ. ἐπεὶ οὖν τοῦ

τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΗΘ· καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς εἰς τὸν κύκλον διῆκται εὐθεῖα ἡ ΑΓ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΘΑΓ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΘΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση ἐστί· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον. εἰς τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος, ὁ ΑΒΓ· τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον, τὸ ΔΕΖ· δεῖ δὴ περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον, τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι. ἐκβεβλήσθω ἡ ΕΖ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, κατὰ τὰ Η Θ σημεῖα, καὶ εἰλήφθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου κέντρον, τὸ Κ· καὶ διήχθω ὡς ἔτυχεν εὐθεῖα ἡ ΚΒ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΚΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Κ, τῇ μὲν ὑπὸ ΔΕΗ γωνίᾳ, ἴση ἡ ὑπὸ ΒΚΑ· τῇ δὲ ὑπὸ ΔΖΘ, ἴση ἡ ὑπὸ ΒΚΓ· καὶ διὰ τῶν ΑΒΓ σημείων, ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ ΑΒΓ κύκλου, αἱ ΛΑΜ, ΜΒΝ, ΝΓΛ· καὶ ἐπεὶ ἐφάπτονται τοῦ ΑΒΓ κύκλου αἱ ΛΜ, ΜΝ, ΝΛ, κατὰ τὰ ΑΒΓ σημεῖα· ἀπὸ δὲ τοῦ Κ κέντρου ἐπὶ τὰ Α Β Γ σημεῖα ἐπεζευγμέναι εἰσὶν αἱ ΚΑ, ΚΒ, ΚΓ, ὀρθαὶ ἄρα εἰσὶν αἱ πρὸς τοῖς Α Β Γ σημείοις γωνίαι. καὶ ἐπεὶ τοῦ ΑΜΒΚ τετραπλεύρου αἱ τέσσαρες γωνίαι τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἐπειδήπερ καὶ εἰς δύο τρίγωνα διαιρεῖται τὸ ΑΜΒΚ τετράπλευρον· ὧν αἱ ὑπὸ ΚΑΜ, ΚΒΜ γωνίαι ὀρθαί εἰσι· λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΑΚΒ, ΑΜΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΔΕΗ, ΔΕΖ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΚΒ, ΑΜΒ, ταῖς ὑπὸ ΔΕΗ, ΔΕΖ ἴσαι εἰσίν· ὧν ἡ ὑπὸ ΑΚΒ, τῇ ὑπὸ ΔΕΗ ἐστὶν ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΜΒ, λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΛΝΒ, τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΜΛΝ γωνία, λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΜΝ τρίγωνον, τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον. περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον ἐγγράψαι. ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον, τὸ ΑΒΓ· δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, κύκλον ἐγγράψαι. τετμήσθωσαν αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ γωνίαι δίχα ταῖς ΒΔ, ΓΔ εὐθείαις, καὶ συμβαλλέτωσαν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Δ σημεῖον·

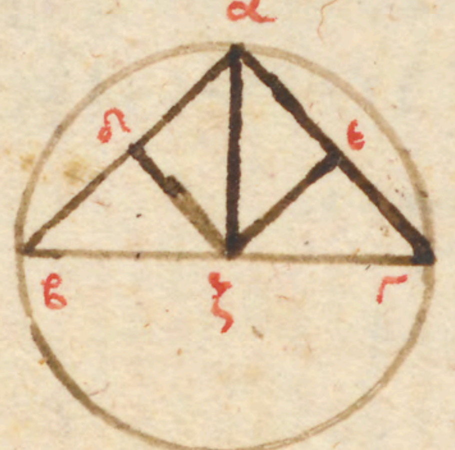


ἤχθωσαν ἀπὸ τοῦ δ ἐπὶ τὰς αβ. βγ. γα εὐθείας, κάθετοι αἱ δε. δζ. δη.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ αβδ γωνία τῇ ὑπὸ γβδ. ἐστὶ δὲ καὶ
ὀρθὴ ἡ ὑπὸ βεδ. ὀρθῇ τῇ ὑπὸ βζδ ἴση, δύο δὴ τρίγωνά
ἐστι τὰ εβδ. ζβδ. τὰς δύο γωνίας, δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔ-
χοντα. καὶ μίαν πλευράν, μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων
γωνιῶν, κοινὴν αὐτῶν τὴν βδ. καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς
ἴσας ἕξουσιν. ἴση ἄρα ἡ δε τῇ δζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ δη τῇ δζ ἐστιν ἴση.
ὥστε καὶ ἡ δε, τῇ δη ἐστὶν ἴση. αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ δε. δζ. δη, ἴσαι ἀλλήλαις
εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ δ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν δη. δζ. δε. κύκλος γραφόμενος, ἥξει
καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων. καὶ ἐφάψεται τῶν αβ. βγ. γα εὐθειῶν. διὰ τὸ
ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς ε. ζ. η. σημείοις γωνίας. εἰ γὰρ τεμεῖ αὐτάς, ἔσται ἡ τῇ
διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐντὸς πίπτουσα τοῦ κύκλου.
ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα ὁ κέντρῳ τῷ δ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ε. ζ. η γρα-
φόμενος κύκλος, τεμεῖ τὰς αβ. βγ. γα. εὐθ. ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν. καὶ ἔσται κύκλος
ἐγγεγραμμένος εἰς τὸ αβγ τρίγωνον. εἰς ἄρα τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ αβγ, κύκλος ἐγ-
γέγραπται. ὁ εζη. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

ε

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι. ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον, τὸ αβγ. δεῖ δὴ
περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ αβγ, κύκλον περιγράψαι. τετμήσθωσαν αἱ αβ. αγ εὐθεῖαι,
δίχα κατὰ τὰ δ. ε. σημεῖα. καὶ ἀπὸ τῶν δ. ε σημείων, ταῖς αβ. αγ. πρὸς ὀρ-
θὰς ἤχθωσαν, αἱ δζ. εζ. συμπεσοῦνται δή, ἤτοι ἐντὸς τοῦ αβγ τριγώνου, ἢ ἐπὶ
τῆς βγ εὐθείας. ἢ ἐκτὸς τῆς βγ. καὶ συμπιπτέτωσαν πρότερον ἐντὸς κατὰ
τὸ ζ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ζβ. ζγ. ζα. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αδ. τῇ δβ. κοινὴ δὲ
καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ δζ, βάσις ἄρα ἡ αζ, βάσει τῇ ζβ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δείξομεν
ὅτι καὶ ἡ γζ. τῇ αζ ἐστὶν ἴση. ὥστε καὶ ἡ ζβ. τῇ ζγ ἐστὶν ἴση. αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ζα. ζβ. ζγ,
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ζα. ζβ. ζγ. κύκλος
γραφόμενος, ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων. καὶ ἔσται περιγεγραμμένος ὁ κύκλος περὶ
τὸ αβγ τρίγωνον. περιγεγράφθω ὡς ὁ αβγ. ἀλλὰ δὴ αἱ δζ. εζ. συμπιπτέτωσαν ἐπὶ
τῆς βγ εὐθείας. ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αζ. ὁμοίως δὴ δείξο-
μεν ὅτι τὸ ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ περὶ τὸ αβγ τρίγωνον περιγραφομένου κύκλου. ἀλλὰ δὴ
αἱ δζ. εζ. συμπιπτέτωσαν ἐκτὸς τοῦ αβγ τριγώνου, κατὰ τὸ ζ πάλιν ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς

α^ον



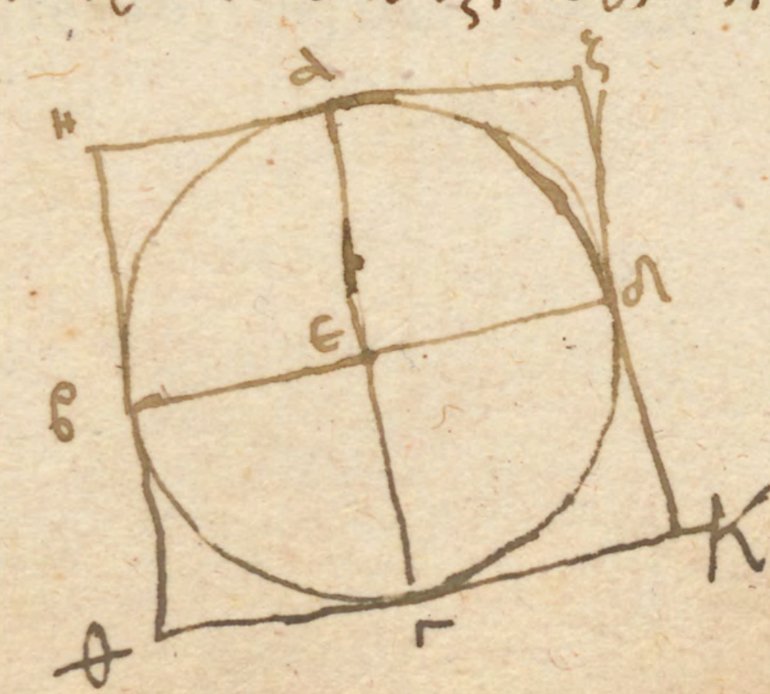
β^ον

γ^ον

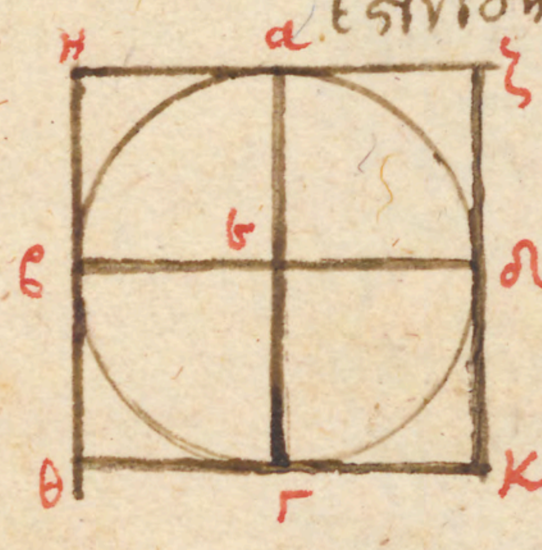
ἐκ τῆς καταγραφῆς. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ζα. ζβ. ζγ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ αδ
τῇ δβ. κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ δζ, βάσις ἄρα ἡ αζ. βάσει τῇ βζ ἐστὶν ἴση. ὁ-
μοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ γζ τῇ αζ ἐστὶν ἴση. ὥστε καὶ ἡ βζ τῇ ζγ ἐστὶν ἴση. αἱ τρεῖς
ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ ζ. διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ζα. ζβ. ζγ.
κύκλος γραφόμενος, ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων. καὶ ἔσται περιγεγραμμένος περὶ
τὸ αβγ τρίγωνον. περιγεγράφθω ὡς ὁ αβγ. περὶ τὸ δοθὲν ἄρα τρίγωνον, κύκλος περιγέγραπται.
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι: Καὶ φανερὸν, ὅτι ὅτε μὲν ἐντὸς τοῦ τριγώνου πίπτει τὸ κέντρον
τοῦ κύκλου, ἡ ὑπὸ βαγ γωνία ἐν μείζονι τμήματι τοῦ ἡμικυκλίου τυγχάνουσα, ἐ-
λάττων ἐστὶν ὀρθῆς. ὅτε δὲ ἐπὶ τῆς βγ, ἐν ἡμικυκλίῳ τυγχάνουσα, ὀρθή ἐστιν. ὅτε δὲ
ἐκτὸς τῆς βγ, ἡ ὑπὸ βαγ γωνία, ἐν ἐλάττονι τμήματι τοῦ ἡμι-
κυκλίου τυγχάνουσα, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. ὥστε καὶ ὅταν ἐλάττων ὀρθῆς τυγχάν-
ῃ ἡ διδομένη γωνία, ἐντὸς τοῦ τριγώνου συμπεσοῦνται αἱ δζ. εζ. ὅταν δὲ ὀρθὴ,
ἐπὶ τῆς βγ. ὅταν δὲ μείζων ὀρθῆς, ἐκτὸς τῆς βγ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον ἐγγράψαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος, ὁ αβγδ. δεῖ δὴ εἰς
τὸν αβγδ κύκλον, τετράγωνον ἐγγράψαι. ἤχθωσαν δύο τοῦ αβγδ κύκλου, διάμετροι πρὸς
ὀρθὰς ἀλλήλαις. αἱ αγ. βδ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αβ. βγ. γδ. δα. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ βε τῇ εδ, κέντρον γὰρ τὸ ε, κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ εα, βάσις ἄρα ἡ αβ. βάσει
τῇ αδ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν βγ. γδ. ἑκατέρᾳ τῶν
αβ. αδ. ἴση ἐστίν. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγδ τετράπλευρον. λέγω δὴ
ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἡ βδ εὐθεῖα διάμετρός ἐστι τοῦ αβγδ κύκλου,
ἡμικύκλιον ἄρα ἐστὶ τὸ βαδ. ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ βαδ γωνία. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ
ἑκάστη τῶν ὑπὸ αβγ. βγδ. γδα, ὀρθή ἐστιν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγδ τετράπλευρον.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον. τετράγωνον ἄρα ἐστί. καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν αβγδ κύκλον. εἰς
τὸν ἄρα δοθέντα κύκλον, τετράγωνον ἐγγέγραπται τὸ αβγδ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος, ὁ αβγδ. δεῖ δὴ περὶ
τὸν αβγδ κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι. ἤχθωσαν τοῦ αβγδ κύκλου, δύο διάμετροι πρὸς
ὀρθὰς ἀλλήλαις. αἱ αγ. βδ. καὶ διὰ τῶν α. β. γ. δ. σημείων, ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ αβγδ
κύκλου, αἱ ζη. ηθ. θκ. κζ. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ ζη τοῦ αβγδ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ ε κέντρου
ἐπὶ τὴν κατὰ τὸ α ἐπαφὴν ἐπέζευκται ἡ εα, αἱ ἄρα πρὸς τῷ α γωνίαι, ὀρθαί εἰσι. διὰ τὰ
ὀρθή ἐστι καὶ ἡ ὑπὸ αεβ γωνία. ἐστὶ δὲ ὀρθὴ καὶ ἡ ὑπὸ εβη, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ αγ, τῇ ηθ.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ αγ τῇ ζκ ἐστὶ παράλληλος. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ζη
θκ, τῇ βεδ ἐστὶ παράλληλος. ὥστε καὶ ἡ ζη τῇ θκ ἐστὶ παράλληλος. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ

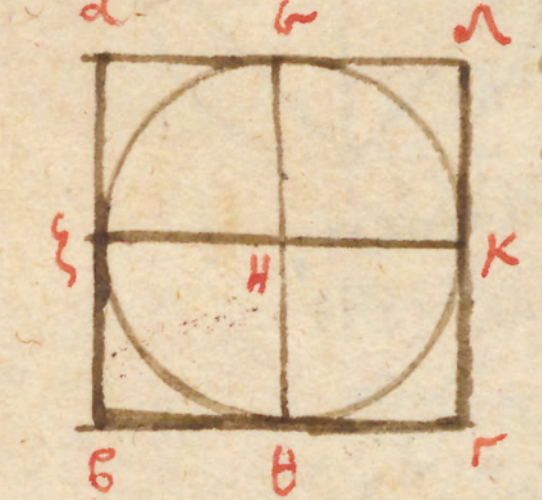


τὰ ηκ. ηγ. ακ. ζβ. βκ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ηζ τῇ θκ, ἡ δὲ ηθ τῇ ζκ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αγ τῇ βδ· ἀλλὰ καὶ ἡ μὲν αγ ἑκατέρᾳ τῶν ηθ. ζκ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ βδ ἑκατέρᾳ τῶν ηζ. θκ ἐστὶν ἴση, καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ηθ. ζκ ἑκατέρᾳ τῶν ηζ. θκ ἐστὶν ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα



ἐστὶ τὸ ζηθκ τετράπλευρον. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ηβ. κα· καί ἐστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ αεβ γωνία, ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ αηβ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ πρὸς τοῖς θ. κ. ζ γωνίαι ὀρθαί εἰσιν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ζηθκ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστί· καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν αβγδ κύκλον. περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον, τετράγωνον περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:–

η Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι. ἔστω τὸ δοθὲν τετράγωνον, τὸ αβγδ· δεῖ δὴ εἰς τὸ αβγδ τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι. τετμήσθω ἑκατέρα τῶν αδ. αβ, δίχα κατὰ τὰ ε. ζ σημεῖα· καὶ διὰ μὲν τοῦ ε, ὁποτέρᾳ τῶν αβ. γδ παράλληλος ἤχθω ἡ εθ· διὰ δὲ τοῦ ζ, ὁποτέρᾳ τῶν αδ. βγ παράλληλος ἤχθω ἡ ζκ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἕκαστον τῶν ακ. κβ. αθ. θδ. αη. ηγ. βη. ηδ· καὶ αἱ ἀπεναντίον αὐτῶν πλευραί, δηλονότι ἴσαι εἰσί. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν αδ τῇ αβ· καί ἐστι τῆς μὲν αδ ἡμίσεια ἡ αε· τῆς δὲ αβ ἡμίσεια ἡ αζ, ἴση ἄρα καὶ ἡ αε τῇ αζ· ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον ἴσαι εἰσίν· ἴση ἄρα καὶ ἡ ζη τῇ ηε. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ηθ. ηκ, ἑκατέρᾳ τῶν ζη. ηε ἴση ἐστίν· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ηε. ηζ. ηθ. ηκ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ η, διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ε. ζ. θ. κ κύκλος γραφόμενος, ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων· καὶ ἐφάψεται τῶν αβ. βγ. γδ. δα



εὐθειῶν, διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς ε. ζ. θ. κ σημείοις γωνίας· εἰ γὰρ τεμεῖ ὁ κύκλος τὰς αβ. βγ. γδ. δα, ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα ὁ κέντρῳ τῷ η, διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ε. ζ. θ. κ σημείων κύκλος γραφόμενος, τεμεῖ τὰς αβ. βγ. γδ. δα εὐθείας· ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν· καὶ ἔσται ἐγγεγραμμένος εἰς τὸ αβγδ τετράγωνον. εἰς τὸ δοθὲν ἄρα τετράγωνον, κύκλος ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

θ Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι. ἔστω τὸ δοθὲν τετράγωνον, τὸ αβγδ· δεῖ δὴ περὶ τὸ αβγδ τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι. ἐπιζευχθεῖσαι γὰρ αἱ αγ. βδ, τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ ε σημεῖον. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ δα τῇ αβ· κοινὴ δὲ ἡ αγ, δύο δὴ αἱ δα. αγ δυσὶ ταῖς βα. αγ, ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ δγ βάσει τῇ βγ ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ δαγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βαγ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ δαβ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς αγ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ αβγ. βγδ. γδα, δίχα τέτμηται ὑπὸ τῶν αγ. δβ εὐθειῶν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ δαβ γωνία

τῇ ὑπὸ αβγ· καί ἐστι τῆς μὲν ὑπὸ δαβ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ καβ· τῆς δὲ ὑπὸ αβγ
ἡμίσεια ἡ ὑπὸ κβα· καὶ ἡ ὑπὸ καβ ἄρα, τῇ ὑπὸ κβα ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ
πλευρὰ ἡ κα τῇ κβ ἐστὶν ἴση· ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν κγ.
κδ ἑκατέρᾳ τῶν κα κβ ἴση ἐστίν· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ κα· κβ· κγ· κδ, ἴσαι
ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ κ, διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν α β γ δ κύκλος
γραφόμενος, ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων· καὶ ἔσται περιγεγραμμένος περὶ τὸ αβγδ
τετράγωνον· περὶ τὸ δοθὲν ἄρα τετράγωνον, κύκλος περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :—
ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι· ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν, δι-
πλασίονα τῆς λοιπῆς· ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ αβ· καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ γ σημεῖον,
ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν αβ. βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς γα τε-
τραγώνῳ· καὶ κέντρῳ τῷ α· διαστήματι δὲ τῷ αβ, κύκλος γεγράφθω ὁ βδε· καὶ
ἐνηρμόσθω εἰς τὸν βδε κύκλον, τῇ αγ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ βδε κύκλου
διαμέτρου, ἴση εὐθεῖα ἡ βδ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αδ. γδ· καὶ περιγεγράφθω
περὶ τὸ αγδ τρίγωνον, κύκλος ὁ αγδ· καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν αβ. βγ περιεχόμενον ὀρθογώ-
νιον· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ, ἴση δὲ ἡ αγ τῇ βδ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αβ. βγ,
ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς βδ· καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ αγδ εἴληπταί τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ β·
καὶ ἀπὸ τοῦ β πρὸς τὸν αγδ κύκλον προσπεπτώκασι δύο εὐθεῖαι αἱ βα. δβ·
καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνει· ἡ δέ, προσπίπτει, καί ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν αβ. βγ. ἴσον τῷ ἀπὸ
τῆς βδ, ἡ βδ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ αγδ κύκλου. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται μὲν τοῦ κύκλου
ἡ βδ εὐθεῖα κατὰ τὸ δ· ἀπὸ δὲ τῆς κατὰ τὸ δ ἐπαφῆς διῆκται ἡ δγ, ἡ ἄρα ὑπὸ βδγ
γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ· τῇ ὑπὸ δαγ. ἐπεὶ οὖν
ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ βδγ τῇ ὑπὸ δαγ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ γδα· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ
βδα, ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ὑπὸ γδα· δαγ. ἀλλὰ ταῖς ὑπὸ γδα· δαγ, ἴση ἐστὶν ἡ ἐκτὸς ἡ
ὑπὸ βγδ· καὶ ἡ ὑπὸ βδα ἄρα, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ βγδ· ἀλλὰ ἡ ὑπὸ βδα, τῇ ὑπὸ
γβδ ἴση ἐστίν· ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ αδ, τῇ αβ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ δβα,
τῇ ὑπὸ βγδ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ὑπὸ βδα· δβα· βγδ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί·
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ δβγ γωνία τῇ ὑπὸ βγδ, ἴση ἐστὶ καὶ πλευρὰ ἡ βδ, πλευρᾷ
τῇ δγ· ἀλλὰ ἡ βδ, τῇ γα ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ γα ἄρα, τῇ γδ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ
γωνία ἡ ὑπὸ γδα· γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δαγ ἐστὶν ἴση· αἱ ἄρα ὑπὸ γδα· δαγ, τῆς ὑπὸ δαγ εἰσὶ
διπλασίους· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ βγδ, ταῖς ὑπὸ γδα· δαγ· διπλῆ ἄρα ἡ ὑπὸ
βγδ· τῆς ὑπὸ γαδ· ἴση δὲ καὶ ἡ ὑπὸ βγδ, ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ βδα, δβα·

καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ βδα, δβα, τῆς ὑπὸ δαβ διπλασίων· ἰσοσκελὲς ἄρα Δ
συνέσταται τὸ αδβ· ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ δβ βάσει γωνιῶν, διπλασίονα τῆς λοιπῆς·
ια εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ∠ ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:
ἐγγράψαι· ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος, ὁ αβγδε· δεῖ δὴ εἰς τὸν αβγδε κύκλον, πεντάγωνον
ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι. ἐκκείσθω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ζηθ·
διπλάσιον ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τοῖς ηθ γωνιῶν, τῆς πρὸς τῷ ζ· καὶ ἐγγεγρά-
φθω εἰς τὸν αβγδε κύκλον, τῷ ζηθ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον τὸ αγδ· ὥστε τῇ μὲν
πρὸς τῷ ζ γωνίᾳ, ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ γαδ· ἑκατέραν δὲ τῶν πρὸς τοῖς η θ, ἴσην
ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ αγδ, αδγ γωνιῶν. καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ αγδ, αδγ, δι-
πλασίων εἶναι τῆς ὑπὸ γαδ· τετμήσθω ἑκατέρα τῶν ὑπὸ αγδ, αδγ, δίχα
ὑπὸ ἑκατέρας τῶν γε, δβ εὐθειῶν. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αβ, βγ, δε, εα. ἐπεὶ οὖν
ἑκατέρα τῶν ὑπὸ αγδ, αδγ γωνιῶν διπλασίων ἐστὶ τῆς ὑπὸ γαδ, καὶ τετμημέναι
εἰσὶ δίχα ὑπὸ τῶν γε, δβ εὐθειῶν, αἱ πέντε ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ δαγ, αγε, εγδ, γδβ,
βδα, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι, ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν. δια κϛ τ γ
αἱ πέντε ἄρα περιφέρειαι, αἱ αβ, βγ, γδ, δε, εα, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὑπὸ δὲ τὰς δια κθ τ γ

ἴσας περιφερείας, ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν. αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ αβ,
βγ, γδ, δε, εα, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγδε πεντά-
γωνον. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἡ αβ περιφέρεια τῇ δε περιφερείᾳ
ἴση ἐστί, κοινὴ προσκείσθω ἡ βγδ· ὅλη ἄρα ἡ αβγδ περιφέρεια, ὅλῃ τῇ εδγβ
περιφερείᾳ ἴση ἐστί· καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς αβγδ περιφερείας, γωνία ἡ ὑπὸ δια κζ τ γ
αεδ· ἐπὶ δὲ τῆς εδγβ περιφερείας, ἡ ὑπὸ βαε γωνία· καὶ ἡ ὑπὸ βαε ἄρα γωνία,

τῇ ὑπὸ αεδ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ αβγ, βγδ, γδε γωνιῶν,
ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ βαε, αεδ, ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγδε πεντάγωνον.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε
καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-
ιβ περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι·
ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος, ὁ αβγδε· δεῖ δὴ περὶ τὸν αβγδε κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευ-
ρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι. νενοήσθω τοῦ ἐγγεγραμμένου πενταγώνου τῶν
γωνιῶν σημεῖα, τὰ α β γ δ ε· ὥστε ἴσας εἶναι τὰς αβ, βγ, γδ, δε, εα περιφερείας.
δια ιζ τ γ καὶ διὰ τῶν α β γ δ ε, ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι αἱ ηθ, θκ, κλ, λμ, μη· καὶ εἰλήφθω δια α τ γ
τοῦ αβγδε κύκλου κέντρον, καὶ ἔστω τὸ ζ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ζβ, ζκ, ζγ, ζλ, ζδ.

καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν κλ εὐθεῖα ἐφάπτεται τοῦ αβγδε κύκλου κατὰ τὸ γ· ἀπὸ δὲ τοῦ ζ κέντρου ἐπὶ τὴν κατὰ τὸ γ ἐπαφὴν ἐπέζευκται ἡ ζγ, ἡ ζγ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν κλ εὐθεῖαν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν πρὸς τῷ γ γωνιῶν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς β, δ σημείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσι. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ζγκ γωνία, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ζκ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ζγ, γκ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ζβ, βκ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ζκ· ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν ζγ, γκ τοῖς ἀπὸ τῶν ζβ, βκ ἐστὶν ἴσα· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ζγ τῷ ἀπὸ τῆς ζβ ἐστὶν ἴσον· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς βκ λοιπῷ τῷ ἀπὸ τῆς γκ ἐστὶν ἴσον. ἴση ἄρα ἡ βκ τῇ γκ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ζβ τῇ ζγ, καὶ κοινὴ ἡ ζκ, δύο δὴ αἱ βζ, ζκ δυσὶ ταῖς γζ, ζκ ἴσαι εἰσί· καὶ βάσις ἡ βκ βάσει τῇ γκ ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ βζκ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ γζκ ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ὑπὸ βκζ τῇ ὑπὸ ζκγ. διπλῆ ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ βζγ τῆς ὑπὸ κζγ· ἡ δὲ ὑπὸ βκγ τῆς ὑπὸ ζκγ. ἡ δὲ ὑπὸ δλγ τῆς ὑπὸ ζλγ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βγ περιφέρεια τῇ γδ περιφερείᾳ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βζγ τῇ ὑπὸ γζδ. καί ἐστιν ἡ μὲν ὑπὸ βζγ διπλῆ τῆς ὑπὸ κζγ· ἡ δὲ ὑπὸ δζγ διπλῆ τῆς ὑπὸ λζγ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ κζγ γωνία τῇ ὑπὸ λζγ. δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ζκγ, ζλγ τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν ζγ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει· καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ἴση ἄρα ἡ μὲν κγ εὐθεῖα τῇ γλ· ἡ δὲ ὑπὸ ζκγ γωνία τῇ ὑπὸ ζλγ γωνίᾳ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ κγ τῇ γλ, διπλῆ ἄρα ἡ κλ τῆς κγ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται καὶ ἡ θκ τῆς βκ διπλῆ. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ἡ βκ τῇ κγ ἴση, καὶ ἔστι διπλῆ ἡ μὲν θκ τῆς βκ, ἡ δὲ κλ τῆς κγ, καὶ ἡ θκ ἄρα τῇ κλ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν θη, ημ, μλ ἑκατέρᾳ τῶν θκ, κλ ἐστὶν ἴση. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ηθκλμ πεντάγωνον. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζκγ γωνία τῇ ὑπὸ ζλγ, καὶ ἐδείχθη τῆς μὲν ὑπὸ ζκγ διπλῆ ἡ ὑπὸ θκλ, τῆς δὲ ὑπὸ ζλγ διπλῆ ἡ ὑπὸ κλμ, καὶ ἡ ὑπὸ θκλ ἄρα τῇ ὑπὸ κλμ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ κθη, θημ, ημλ ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ θκλ, κλμ ἐστὶν ἴση· αἱ πέντε ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ηθκ, θκλ, κλμ, λμη, μηθ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ηθκλμ πεντάγωνον. ἐδείχθη δὲ ἰσόπλευρον· καὶ ἔστι περιγεγραμμένον περὶ τὸν αβγδε κύκλον. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ αβγδε· δεῖ δὴ εἰς τὸ

αβγδε πενταγώνου κύκλον ἐγγράψαι. τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ βγδ γδε γωνιῶν
δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν γζ ζδ εὐθειῶν. καὶ ἀπὸ τοῦ ζ σημείου καθ' ὃ συμβάλλουσιν
ἀλλήλαις αἱ γζ ζδ εὐθεῖαι, ἐπεζεύχθωσαν αἱ ζβ ζα ζε εὐθεῖαι. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ
βγ τῇ γδ κοινὴ δὲ ἡ γζ, δύο δὴ αἱ βγ γζ δυσὶ ταῖς δγ γζ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βγζ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δγζ ἴση ἐστί· βάσις ἄρα ἡ βζ βάσει τῇ δζ ἐστιν ἴση. καὶ τὸ βγζ τρίγωνον
τῷ δγζ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ γβζ γωνία τῇ
ὑπὸ γδζ. καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ὑπὸ γδε τῆς ὑπὸ γδζ, καὶ ἡ ὑπὸ γβα ἄρα τῆς ὑπὸ
γβζ ἐστὶ διπλῆ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ αβζ γωνία τῇ ὑπὸ ζβγ. ἡ ἄρα ὑπὸ αβγ γωνία δίχα
τέτμηται ὑπὸ τῆς βζ εὐθείας. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ βαε αεδ,
δίχα τέτμηται ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ζα ζε εὐθειῶν. ἤχθωσαν δὴ ἀπὸ τοῦ ζ σημείου ἐπὶ
τὰς αβ βγ γδ δε εα εὐθείας, κάθετοι αἱ ζη ζθ ζκ ζλ ζμ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ
θγζ γωνία τῇ ὑπὸ κγζ, ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ζθγ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ζκγ ἴση, δύο δὴ τρίγωνα
ἐστὶ τὰ ζθγ ζκγ τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ
πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν ζγ ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ τὰς
λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει· ἴση ἄρα ἡ ζθ κάθετος
τῇ ζκ καθέτῳ. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ζλ ζμ ζη, ἑκατέρᾳ
τῶν ζθ ζκ ἐστὶν ἴση· αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ζη ζθ ζκ ζλ ζμ, ἴσαι ἀλλή-
λαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν η θ κ λ μ κύκλος γραφό-
μενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων· καὶ ἐφάψεται τῶν αβ βγ γδ δε εα εὐ-
θειῶν διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς η θ κ λ μ σημείοις γωνίας. εἰ γὰρ οὐκ ἐφάψεται αὐ-
τῶν ἀλλὰ τεμεῖ αὐτάς, συμβήσεται τὴν τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς
ἀπ' ἄκρας ἀγομένην ἐντὸς πίπτειν τοῦ κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα ὁ κέντρῳ
τῷ ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν η θ κ λ μ σημείων γραφόμενος κύκλος, τεμεῖ τὰς αβ βγ
γδ δε εα εὐθείας· ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν. καὶ ἔστιν ἐγγεγραμμένος ὡς ὁ ηθκλμ. εἰς ἄρα
τὸ δοθὲν πεντάγωνον ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλος ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιδ Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.
ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ αβγδε· δεῖ δὴ περὶ
τὸ αβγδε πεντάγωνον κύκλον περιγράψαι. τετμήσθω δὴ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ βγδ
γδε γωνιῶν, δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν γζ ζδ εὐθειῶν. καὶ ἀπὸ τοῦ ζ σημείου καθ' ὃ συμ-
βάλλουσιν αἱ εὐθεῖαι, ἐπὶ τὰ β α ε σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ζβ ζα ζε.
ὁμοίως δὴ τῷ πρὸ τούτου δειχθήσεται ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ γβα βαε αεδ γω-
νιῶν δίχα τέτμηται ὑπὸ ἑκάστης τῶν ζβ ζα ζε εὐθειῶν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν

ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ γδε τῇ ὑπὸ αβγ· ἡ δὲ ὑπὸ γδζ τῇ ὑπὸ γβζ,

ἡ ὑπὸ βγδ ἴση τῇ ὑπὸ γδε, καὶ ἔστι τῆς μὲν ὑπὸ βγδ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ζγδ· τῆς δὲ ὑπὸ γδε ἡμίσεια ἡ ὑπὸ γδζ, καὶ ἡ ὑπὸ ζγδ ἄρα τῇ ὑπὸ ζδγ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ζγ πλευρᾷ τῇ ζδ ἐστὶν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ζα, ζβ, ζε ἑκατέρᾳ τῶν ζγ, ζδ ἐστὶν ἴση. αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ζα, ζβ, ζγ, ζδ, ζε ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ζα, ζβ, ζγ, ζδ, ζε κύκλος γραφόμενος, ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων· καὶ ἔσται περιγεγραμμένος. περιγεγράφθω, καὶ ἔστω ὁ αβγδε. περὶ τὸ δοθὲν ἄρα πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλος περιγέγραπται.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ αβγδεζ· δεῖ δὴ εἰς τὸν αβγδεζ κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι. ἤχθω τοῦ αβγδεζ κύκλου διάμετρος ἡ αδ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ η· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ δ διαστήματι δὲ τῷ δη, κύκλος γεγράφθω ὁ εηγθ· καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ εη, γη, διήχθωσαν ἐπὶ τὰ β, ζ σημεῖα· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, ζα· λέγω ὅτι καὶ τὸ αβγδεζ ἑξάγωνον, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιόν ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ τὸ η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγδεζ κύκλου, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ηε, τῇ ηδ. πάλιν ἐπεὶ τὸ δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ εηγθ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ δε τῇ δη. ἀλλ᾽ ἡ ηε, τῇ ηδ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ ηε ἄρα, τῇ εδ ἐστὶν ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ εηδ τρίγωνον· καὶ αἱ τρεῖς ἄρα αὐτοῦ γωνίαι αἱ ὑπὸ εηδ, ηδε, δεη, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἐπειδήπερ τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· καί εἰσιν αἱ τρεῖς τοῦ τριγώνου γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· ἡ ἄρα ὑπὸ εηδ γωνία, τρίτον ἐστὶ δύο ὀρθῶν. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ δηγ, τρίτον ἐστὶ δύο ὀρθῶν. καὶ ἐπεὶ ἡ γη εὐθεῖα ἐπὶ τὴν εβ σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ εηγ, γηβ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ γηβ, τρίτον ἐστὶ δύο ὀρθῶν· αἱ ἄρα ὑπὸ εηδ, δηγ, γηβ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὥστε καὶ αἱ κατὰ κορυφὴν αὐταῖς, αἱ ὑπὸ βηα, αηζ, ζηε, ἴσαι εἰσὶ ταῖς ὑπὸ εηδ, δηγ, γηβ. αἱ ἓξ ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ εηδ, δηγ, γηβ, βηα, αηζ, ζηε, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι, ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν· αἱ ἓξ ἄρα περιφέρειαι αἱ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, ζα, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας περιφερείας, αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· αἱ ἓξ ἄρα εὐθεῖαι αἱ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, ζα, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγδεζ ἑξάγωνον. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ζα περιφέρεια τῇ εδ περιφερείᾳ, κοινὴ προσκείσθω ἡ αβγδ περιφέρεια· ὅλη ἄρα ἡ ζαβγδ περιφέρεια, ὅλῃ τῇ εδγβα περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση· καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς ζαβγδ περιφερείας, ἡ ὑπὸ ζεδ γωνία· ἐπὶ δὲ τῆς εδγβα περιφερείας, ἡ ὑπὸ αζε γωνία· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ αζε γωνία, τῇ ὑπὸ δεζ. ὁμοίως

δειχθήσεται, ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι τοῦ ΑΒΓΔΕΖ ἑξαγώνου, ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρᾳ
τῶν ὑπὸ ΑΖΕ, ΖΕΔ γωνιῶν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον· ἐδείχθη δὲ ὅτι καὶ ἰσό-
πλευρον· καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν ΑΒΓΔΕΖ κύκλον. εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον
ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερόν,
ὅτι ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρά, ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου· καὶ ἐὰν διὰ τῶν ΑΒΓΔΕΖ
σημείων ἐφαπτομένας τοῦ κύκλου ἀγάγωμεν, περιγραφήσεται περὶ τὸν κύκλον ἑξάγωνον, ἰσό-
πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἀκολούθως τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις· καὶ ἔτι διὰ τῶν
ὁμοίων τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις, εἰς τὸ δοθὲν ἑξάγωνον, κύκλον ἐγγράψομεν
καὶ περιγράψομεν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:—

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι. ἔστω ὁ
δοθεὶς κύκλος, ὁ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε
καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι. ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, τριγώνου μὲν ἰσοπλεύρου
διὰ β' ια' τοῦ δ' τοῦ εἰς αὐτὸν ἐγγραφομένου πλευρά, ἡ ΑΓ· πενταγώνου δὲ ἰσοπλεύρου, ἡ ΑΒ· οἵων ἄρα ἐστὶν
ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἴσων τμημάτων δεκαπέντε, τοιούτων ἡ μὲν ΑΒΓ περιφέρεια, τρίτον
οὖσα τοῦ κύκλου, ἔσται πέντε· ἡ δὲ ΑΒ περιφέρεια πέμπτον οὖσα τοῦ κύκλου, ἔσται τριῶν·
λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΓ, τῶν ἴσων δύο. τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ε· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΒΕ, ΕΓ διὰ λ' τοῦ γ'
περιφερειῶν, πεντεκαιδέκατόν ἐστι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἐὰν ἄρα ἐπιζεύξαντες τὰς ΒΕ, ΕΓ
εὐθείας ἴσας αὐταῖς κατὰ τὸ συνεχὲς εὐθείας ἐναρμόσωμεν εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον,
ἔσται εἰς αὐτὸν ἐγγεγραμμένον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσο-
γώνιον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι: Ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου ἐὰν
διὰ τῶν κατὰ τὸν κύκλον διαιρέσεων ἐφαπτομένας τοῦ κύκλου ἀγάγωμεν, περι-
γραφήσεται περὶ τὸν κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσογώνιόν τε καὶ ἰσόπλευρον. ἔτι δὲ
διὰ τῶν ὁμοίων ταῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου δείξεων, καὶ εἰς τὸ δοθὲν πεντεκαιδεκάγωνον
ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψομέν τε καὶ περιγράψομεν:—

† Προθεωρία τοῦ ε΄ βιβλίου

Σκοπὸς τῷ ε΄ βιβλίῳ, περὶ ἀναλογιῶν διαλαβεῖν. κοινὸν γὰρ τοῦτο τὸ βιβλίον, γεωμετρίας τε καὶ ἀριθμητικῆς καὶ μουσικῆς καὶ πάσης ἁπλῶς τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης. τὰ γὰρ ἐν αὐτῷ ἀποδεικνύμενα, οὐ μόνον τοῖς γεωμετρικοῖς ἁρμόζει θεωρήμασιν, ἀλλὰ καὶ πᾶσι τοῖς ὑπὸ τὴν μαθηματικὴν τεταγμένοις ὡς προείρηται ἐπιστήμην. ὁ μὲν οὖν σκοπὸς οὗτος. τὸ δὲ βιβλίον, Εὐδόξου λέγεται εὕρεσις εἶναι, τοῦ Πλάτωνος διδασκάλου. ἐπειδὴ δὲ ὁ σκοπὸς περὶ ἀναλογιῶν. ἡ δὲ ἀναλογία λόγων τινῶν σχέσις. ἀναγκαῖον [illegible] πρότερον, τίνες οἱ τοῦ λόγου [illegible] τὰ ἁπλᾶ πρότερον γνῶναι τῶν συνθέτων. ἐὰν τοίνυν ποσά τινα συγκρίνηται πρὸς ἄλληλα, φέρε εἰπεῖν δύο μεγέθη, αὐτὰ μὲν ὅροι καλοῦνται. ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου ἐπὶ τὸ ἕτερον διάστασις, διάστημα. ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου πρὸς τὸ ἕτερον σύγκρισις [illegible] οἱ παλαιοὶ λόγον. τὴν δὲ τοῦ τοιούτου λόγου πρὸς ἄλλον λόγον καθ' ὁμοιότητα σύγκρισιν ἢ ταυτότητα, ἀναλογίαν προσηγόρευσαν. ἵνα μὴ ὡς [illegible] τὸ μέγεθος συγκρίνηται. ἀλλ' ὡς ὁ λόγος πρὸς τὸν λόγον. αὕτη δὲ ἡ σύγκρισις, λόγου λέγεται λόγος. οἷον ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι. ὧν ἡ ἑτέρα πρὸς τὴν λοιπὴν διπλάσιον λόγον ἔχει, τὸ ἀπὸ τῆς διπλασίονος λόγον ἐχούσης τετράγωνον, τετραπλάσιον λόγον ἕξει, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς λοιπῆς τετράγωνον, ἤπερ ἡ μήκει ὦν εὐθεῖα πρὸς τὴν εὐθεῖαν. τὰ γὰρ μήκει διπλάσια, δυνάμει τετραπλάσια. ὁ τοίνυν λόγος τῶν τετραγώνων, τετραπλάσιος ὤν, διπλασίονός ἐστι τοῦ λόγου τῶν εὐθειῶν, διπλασίου ὄντος. καὶ λέγεται [illegible] λόγου λόγος. [illegible]

[illegible]

[illegible]

καλῶς προσέθηκε τὸ ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον· οὐ γὰρ ἀεὶ τὸ ἔλαττον τοῦ μείζονος μέρος [illegible]

πάλιν καλῶς προσέθηκε τὸ ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Ὅροι τοῦ ε' βιβλίου

Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους τὸ ἔλαττον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις.

Ἀναλογία δέ ἐστιν ἡ τῶν λόγων ταυτότης.

Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι πρῶτον πρὸς δεύτερον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου ἢ ἅμα ὑπερέχῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ἐλλείπῃ ληφθέντα κατάλληλα.

Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον μεγέθη ἀνάλογον καλείσθω.

Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

Ἀναλογία δὲ [illegible] ἐστιν ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης·

[illegible]

Ἀναλογία δὲ [illegible]

[illegible]

Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον,
διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον.
ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ
τέταρτον τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς
τὸ τρίτον. καὶ ἀεὶ ἑξῆς ὁμοίως πλείους, ἕως ἂν ἡ ἀναλο-
γία ὑπάρχῃ. Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται, τὰ μὲν ἡγού-
μενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις. Ἐναλλὰξ
λόγος ἐστί, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου
πρὸς τὸ ἑπόμενον. Ἀνάπαλιν λόγος ἐστί, λῆψις τοῦ ἑπομένου
ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον. Σύνθεσις λόγου
ἐστί, λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου, ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.
Διαίρεσις λόγου ἐστί, λῆψις τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγού-
μενον τοῦ ἑπομένου, πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον. Ἀναστροφὴ
λόγου ἐστί, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν ᾗ ὑπερέχει
τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου. Δι' ἴσου λόγος ἐστί, πλειόνων ὄντων
μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανομένων
καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι τὸ
πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι
τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον. ἢ ἄλλως· λῆψις τῶν ἄκρων καθ' ὑ-
πεξαίρεσιν τῶν μέσων. Τεταγμένη ἀναλογία ἐστίν, ὅταν ᾖ
ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον· ᾖ δὲ ὡς
ἑπόμενον πρὸς ἄλλο, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι. Τεταραγμένη δὲ
ἀναλογία ἐστίν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ
πλῆθος, γίνηται ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς
ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον·
ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐν
τοῖς δευτέροις ~~ἑπόμενον πρὸς~~ ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον.

[illegible]

[illegible]

Εὐκλείδου στοιχείων ε΄. τῆς Θέωνος ἐκδόσεως :·

α ἂν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος· ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων. ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη τὰ ΑΒ. ΓΔ. ὁποσωνοῦν μεγεθῶν τῶν Ε. Ζ. ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον. λέγω ὅτι ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Ε, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ ΑΒ. ΓΔ. τῶν Ε. Ζ. ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Ε. καὶ τὸ ΓΔ τοῦ Ζ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ μεγέθη ἴσα τῷ Ε, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΓΔ ἴσα τῷ Ζ. διῃρήσθω τὸ μὲν ΑΒ, εἰς τὰ τῷ Ε μεγέθη ἴσα τὰ ΑΗ. ΗΒ. τὸ δὲ ΓΔ εἰς τὰ τῷ Ζ ἴσα τὰ ΓΘ. ΘΔ. ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΑΗ. ΗΒ. τῷ πλήθει τῶν ΓΘ. ΘΔ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΑΗ τῷ Ε. τὸ δὲ ΓΘ τῷ Ζ, ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΑΗ τῷ Ε, καὶ τὰ ΑΗ. ΓΘ. τοῖς Ε. Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΒ τῷ Ε, καὶ τὰ ΗΒ. ΘΔ. τοῖς Ε. Ζ. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ ἴσα τῷ Ε, τοσαῦτα καὶ ἐν τοῖς ΑΒ. ΓΔ. ἴσα τοῖς Ε. Ζ. ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ τοῦ Ε, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ ΑΒ. ΓΔ. τῶν Ε. Ζ. ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

[illegible]

β ἂν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου. ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου. πρῶτον γὰρ τὸ ΑΒ, δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ ΔΕ, τετάρτου τοῦ Ζ. ἔστω δὲ καὶ πέμπτον τὸ ΒΗ δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκις πολλαπλάσιον. καὶ ἕκτον τὸ ΕΘ, τετάρτου τοῦ Ζ. λέγω ὅτι καὶ συντεθὲν τὸ πρῶτον καὶ πέμπτον, τὸ ΑΗ, δευτέρου τοῦ Γ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον. καὶ τὸ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΔΘ, τετάρτου τοῦ Ζ. ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Γ. καὶ τὸ ΔΕ τοῦ Ζ. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ ἴσα τῷ Γ, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔΕ ἴσα τῷ Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὅσα ἐστὶν ἐν τῷ ΒΗ ἴσα τῷ Γ, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΕΘ ἴσα τῷ Ζ. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν ὅλῳ τῷ ΑΗ ἴσα τῷ Γ, τοσαῦτα καὶ ἐν ὅλῳ τῷ ΔΘ, ἴσα τῷ Ζ. ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΗ τοῦ Γ, τοσαυταπλάσιον ἔσται καὶ τὸ ΔΘ τοῦ Ζ. συντεθὲν ἄρα πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ ΑΗ δευτέρου τοῦ Γ, ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον. καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΔΘ, τετάρτου τοῦ Ζ. ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου ᾖ δὲ καὶ πέμπτον

[illegible]

[illegible marginal scholia in red]

[illegible]

δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον,
δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—
ἂν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου· ληφθῇ δὲ ἰσά- γ
κις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου, καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων
ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον· τὸ μὲν τοῦ δευτέρου·
τὸ δὲ τοῦ τετάρτου· πρῶτον γὰρ τὸ α, δευτέρου τοῦ β ἰσάκις ἔστω πολλαπλά-
σιον· καὶ τρίτον τὸ γ, τετάρτου τοῦ δ· καὶ εἰλήφθω τῶν αγ ἰσάκις πολλαπλά-
σια τὰ εζ, ηθ· λέγω ὅτι ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ εζ τοῦ β· καὶ τὸ ηθ τοῦ δ· ἐπεὶ γὰρ
ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ εζ τοῦ α· καὶ τὸ ηθ τοῦ γ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ εζ
ἴσα τῷ α, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ηθ ἴσα τῷ γ· διῃρήσθω τὸ μὲν εζ, εἰς τὰ τῷ α με-
γέθη ἴσα, τὰ εκ, κζ· τὸ δὲ ηθ, εἰς τὰ τῷ γ ἴσα, τὰ ηλ, λθ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος
τῶν εκ, κζ, τῷ πλήθει τῶν ηλ, λθ· καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ α τοῦ
β· καὶ τὸ γ τοῦ δ, ἴσον δὲ τὸ μὲν εκ τῷ α· τὸ δὲ ηλ τῷ γ, ἰσάκις ἄρα πολλαπλάσιον
ἐστὶ τὸ εκ τοῦ β· καὶ τὸ ηλ τοῦ δ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ κζ
τοῦ β· καὶ τὸ λθ τοῦ δ· ἐπεὶ οὖν πρῶτον τὸ εκ· δευτέρου τοῦ β ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλά-
σιον, καὶ τρίτον τὸ ηλ τετάρτου τοῦ δ· ἔστι δὲ καὶ πέμπτον τὸ κζ· δευτέρου
τοῦ β ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τὸ λθ τετάρτου τοῦ δ, καὶ συντεθὲν
ἄρα πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ εζ, δευτέρου τοῦ β ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλά-
σιον· καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ηθ, τετάρτου τοῦ δ· ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου
ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον· καὶ τρίτον τετάρτου· ληφθῇ δὲ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου
ἰσάκις πολλαπλάσια, καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις
ἔσται πολλαπλάσιον. τὸ μὲν, τοῦ δευτέρου· τὸ δὲ, τοῦ τετάρτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—
ἂν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον· καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις δ
πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου, πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου
καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κα-
τάλληλα· πρῶτον γὰρ τὸ α· πρὸς δεύτερον τὸ β, τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον· καὶ τρίτον τὸ γ, πρὸς
τέταρτον τὸ δ· καὶ εἰλήφθω τῶν μὲν αγ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ εζ· τῶν δὲ βδ, ἄλλα ἃ
ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ ηθ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ε πρὸς τὸ η, οὕτως τὸ ζ πρὸς τὸ
θ· εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν εζ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ κλ· τῶν δὲ ηθ, ἄλλα ἃ ἔτυχεν
ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ μν· καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν ε τοῦ α· τὸ δὲ ζ
τοῦ γ, καὶ εἴληπται τῶν εζ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ κλ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ κ
τοῦ α· καὶ τὸ λ τοῦ γ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν μ τοῦ β· τὸ δὲ ν τοῦ δ·

ε κ ζ η λ θ — α β γ δ

κ ε α β η μ
λ ζ γ δ θ ν

[illegible]

η θ σ κλ
λ ι6 ι μ

[illegible]

καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν α γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ κ λ, τῶν δὲ β δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ μ ν, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ κ τοῦ μ, ὑπερέχει καὶ τὸ λ τοῦ ν· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν κ λ τῶν ε ζ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ μ ν τῶν η θ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ε πρὸς τὸ η, οὕτως τὸ ζ πρὸς τὸ θ. ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ληφθέντα κατάλληλα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ | θ | α | ε | η | μ

λ | ξ | γ | δ | θ | ν

Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὅτι εἰ ὑπερέχει τὸ κ τοῦ μ, ὑπερέχει καὶ τὸ λ τοῦ ν· καὶ εἰ ἴσον ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον, δῆλον ὅτι καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ μ τοῦ κ, ὑπερέχει καὶ τὸ ν τοῦ λ· καὶ εἰ ἴσον ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον· καὶ διὰ τοῦτο ἔσται καὶ ὡς τὸ η πρὸς τὸ ε, οὕτως τὸ θ πρὸς τὸ ζ.

πό(ρισμα)

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀνάπαλιν ἀνάλογον ἔσται.

ε΄

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου. Μέγεθος γὰρ τὸ αβ μεγέθους τοῦ γδ ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν τὸ αε, ἀφαιρεθέντος τοῦ γζ· λέγω ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ εβ λοιποῦ τοῦ ζδ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον τὸ αβ ὅλου τοῦ γδ. ὁσαπλάσιον γάρ ἐστι τὸ αε τοῦ γζ, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ εβ τοῦ γη. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ γζ καὶ τὸ εβ τοῦ ηγ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ γζ καὶ τὸ αβ τοῦ ηζ. κεῖται δὲ ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ γζ καὶ τὸ αβ τοῦ γδ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αβ ἑκατέρου τῶν ηζ, γδ· ἴσον ἄρα τὸ ηζ τῷ γδ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ γζ· λοιπὸν ἄρα τὸ ηγ λοιπῷ τῷ ζδ ἴσον ἐστί. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ γζ καὶ τὸ εβ τοῦ ηγ, ἴσον δὲ τὸ ηγ τῷ δζ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ γζ καὶ τὸ εβ τοῦ ζδ. ἰσάκις δὲ ὑπόκειται πολλαπλάσιον τὸ αε τοῦ γζ καὶ τὸ αβ τοῦ γδ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ εβ τοῦ ζδ καὶ τὸ αβ τοῦ γδ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ εβ λοιποῦ τοῦ ζδ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον τὸ αβ ὅλου τοῦ γδ. ἐὰν ἄρα μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ὅλον τοῦ ὅλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

α ε β — η γ ζ δ

ϛ΄

Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια. Δύο γὰρ μεγέθη τὰ αβ, γδ δύο μεγεθῶν τῶν ε, ζ ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τὰ αη, γθ τῶν αὐτῶν τῶν ε, ζ ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσια· λέγω ὅτι καὶ τὰ λοιπὰ τὰ ηβ, θδ τοῖς ε, ζ ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

[illegible]

6

ἔστω γὰρ πρότερον τὸ ΗΒ τῷ Ε ἴσον· λέγω ὅτι καὶ τὸ ΘΔ τῷ Ζ ἴσον ἐστί. κείσθω γὰρ τῷ Ζ ἴσον τὸ ΓΚ. ἐπεὶ οὖν ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΗ τοῦ Ε καὶ τὸ ΓΘ τοῦ Ζ, ἴσον δὲ τὸ μὲν ΗΒ τῷ Ε, τὸ δὲ ΚΓ τῷ Ζ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Ε, καὶ τὸ ΚΘ τοῦ Ζ. ἰσάκις δὲ ὑπόκειται πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Ε καὶ τὸ ΓΔ τοῦ Ζ. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΚΘ τοῦ Ζ καὶ τὸ ΓΔ τοῦ Ζ. ἐπεὶ οὖν ἑκάτερον τῶν ΚΘ, ΓΔ τοῦ Ζ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΘ τῷ ΓΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΓΘ. λοιπὸν ἄρα τὸ ΚΓ λοιπῷ τῷ ΘΔ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ Ζ τῷ ΚΓ ἐστὶν ἴσον. καὶ τὸ ΘΔ ἄρα τῷ Ζ ἴσον ἐστίν. ὥστε εἰ τὸ ΗΒ τῷ Ε ἴσον ἐστί, καὶ τὸ ΘΔ ἴσον ἔσται τῷ Ζ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι κἂν πολλαπλάσιον ᾖ τὸ ΗΒ τοῦ Ε, τοσαυταπλάσιον ἔσται καὶ τὸ ΘΔ τοῦ Ζ. ἐὰν ἄρα δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα. ἔστω ἴσα μεγέθη τὰ Α, Β. ἄλλο δέ τι ὃ ἔτυχε μέγεθος τὸ Γ. λέγω ὅτι ἑκάτερον τῶν Α, Β πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει· καὶ τὸ Γ πρὸς ἑκάτερον τῶν Α, Β. εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α, Β ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Δ, Ε, τοῦ δὲ Γ ἄλλο ὃ ἔτυχε πολλαπλάσιον τὸ Ζ. ἐπεὶ οὖν ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Δ τοῦ Α καὶ τὸ Ε τοῦ Β, ἴσον δὲ τὸ Α τῷ Β, ἴσον ἄρα καὶ τὸ Δ τῷ Ε. ἄλλο δὲ ὃ ἔτυχε τὸ Ζ. εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Δ τοῦ Ζ, ὑπερέχει καὶ τὸ Ε τοῦ Ζ· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Δ, Ε τῶν Α, Β ἰσάκις πολλαπλάσια, τὸ δὲ Ζ τοῦ Γ ἄλλο ὃ ἔτυχε πολλαπλάσιον. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Γ. λέγω δὴ ὅτι καὶ τὸ Γ πρὸς ἑκάτερον τῶν Α, Β τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ὁμοίως δείξομεν ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ Δ τῷ Ε. ἄλλο δέ τι τὸ Ζ. εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Ζ τοῦ Δ, ὑπερέχει καὶ τοῦ Ε· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὸ μὲν Ζ τοῦ Γ πολλαπλάσιον, τὰ δὲ Δ, Ε τῶν Α, Β ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Α, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Β. τὰ ἴσα ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον. ἔστω ἄνισα μεγέθη τὰ ΑΒ, Γ. καὶ ἔστω μεῖζον τὸ ΑΒ. ἄλλο δὲ ὃ ἔτυχε τὸ Δ. λέγω ὅτι τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ· καὶ τὸ Δ πρὸς τὸ Γ,

μείζονα λόγον ἕξει ἤπερ πρὸς τὸ αβ. ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ αβ τοῦ γ, κείσθω τῷ γ ἴσον
τὸ βε. τὸ δὴ ἔλασσον τῶν αε, εβ πολλαπλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ δ μεῖζον. ἔστω πρότερον
τὸ αε ἔλαττον τοῦ εβ, καὶ πεπολλαπλασιάσθω τὸ αε, ἕως οὗ τὸ γενόμενον μεῖζον γένηται
τοῦ δ. καὶ ἔστω αὐτοῦ πολλαπλάσιον τὸ ζη μεῖζον ὂν τοῦ δ. καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ζη
τοῦ αε, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω τὸ μὲν ηθ τοῦ εβ, τὸ δὲ κ τοῦ γ. καὶ εἰλήφθω τοῦ δ διπλά-
σιον μὲν τὸ λ, τριπλάσιον δὲ τὸ μ, καὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν τὸ λαμβανόμενον πολλα-
πλάσιον μὲν γένηται τοῦ δ, πρώτως δὲ μεῖζον τοῦ κ. εἰλήφθω καὶ ἔστω τὸ ν τετραπλά-
σιον μὲν τοῦ δ, πρώτως δὲ μεῖζον τοῦ κ. ἐπεὶ οὖν τὸ κ τοῦ ν πρώτως ἐστὶν ἔλαττον, τὸ κ ἄρα
τοῦ μ οὐκ ἔστιν ἔλαττον. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ζη τοῦ αε καὶ τὸ ηθ
τοῦ εβ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ζη τοῦ αε καὶ τὸ ζθ τοῦ αβ. ἰσάκις δέ ἐστι
πολλαπλάσιον τὸ ζη τοῦ αε καὶ τὸ κ τοῦ γ. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ζθ τοῦ αβ
καὶ τὸ κ τοῦ γ. τὰ ζθ, κ ἄρα τῶν αβ, γ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια. πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ
πολλαπλάσιον τὸ ηθ τοῦ εβ καὶ τὸ κ τοῦ γ, ἴσον δὲ τὸ εβ τῷ γ, ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ηθ
τῷ κ. τὸ δὲ κ διὰ τὴν κοινὴν ἔννοιαν τοῦ μ οὐκ ἔστιν ἔλαττον. οὐδ' ἄρα τὸ ηθ τοῦ μ ἔ-
λαττόν ἐστι. μεῖζον δὲ τὸ ζη τοῦ δ. ὅλον ἄρα τὸ ζθ συναμφοτέρων τῶν δ, μ μεῖζόν
ἐστιν. ἀλλὰ συναμφότερα τὰ δ, μ τῷ ν ἐστιν ἴσα. ἐπειδήπερ τὸ μ τοῦ δ τριπλάσιόν ἐστι,
συναμφότερα δὲ τὰ μ, δ τοῦ δ ἐστι τετραπλάσια, ἔστι δὲ καὶ τὸ ν τοῦ δ τετραπλάσιον.
συναμφότερα ἄρα τὰ μ, δ τῷ ν ἴσα. ἀλλὰ τὸ ζθ τῶν μ, δ μεῖζόν ἐστι. τὸ ζθ ἄρα τοῦ ν
ὑπερέχει. καὶ ἔστι τὰ μὲν ζθ, κ τῶν αβ, γ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὸ δὲ ν τοῦ δ, ἄλλο ὃ ἔ-
τυχε πολλαπλάσιον. τὸ αβ ἄρα πρὸς τὸ δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ γ πρὸς τὸ δ. λέγω
δὴ ὅτι καὶ τὸ δ πρὸς τὸ γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ δ πρὸς τὸ αβ. τῶν γὰρ αὐτῶν
κατασκευασθέντων, ὁμοίως δείξομεν ὅτι τὸ μὲν ν τοῦ κ ὑπερέχει, τὸ δὲ ν τοῦ ζθ
οὐχ ὑπερέχει. καὶ ἔστι τὸ μὲν ν τοῦ δ πολλαπλάσιον, τὰ δὲ ζθ, κ τῶν αβ, γ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσά-
κις πολλαπλάσια. τὸ δ ἄρα πρὸς τὸ γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ δ πρὸς τὸ αβ. ἀλλὰ δὴ
τὸ αε μεῖζον ἔστω τοῦ εβ. τὸ δὴ ἔλαττον τὸ εβ πολλαπλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ δ μεῖζον.
πεπολλαπλασιάσθω, καὶ ἔστω τὸ ηθ πολλαπλάσιον μὲν τοῦ εβ, μεῖζον δὲ τοῦ δ. καὶ ὁσαπλά-
σιόν ἐστι τὸ ηθ τοῦ εβ, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ μὲν ζη τοῦ αε, τὸ δὲ κ τοῦ γ. ὁμοίως δὴ δεί-
ξομεν ὅτι τὰ ζθ, κ τῶν αβ, γ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια. καὶ εἰλήφθω ὁμοίως τὸ ν πολλαπλάσιον μὲν

δ. ἰστέον ὅτι τὸ παρὸν θεώρημα ... ὁ Εὐκλείδης ... ἀριθμῶν ... ἀλλ' ἐπὶ ... πάντων ... ἀριθμῶν ... μόνον γραμμικῶς :-

ζ α
κα λ
η ε
μη η
θ β
κ
μη η
δ λ μ ν
γ ις λβ μη ξθ

ἔστω τὸ μὲν αβ, ἴσων ἀριθμῶν δ, τὸ δὲ γ τ. ἀπόδειξις ... τὸ δ ... ἀριθμῶν β ... μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ γ πρὸς τὸ δ ... τὸ δ πρὸς τὸ γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ δ πρὸς τὸ αβ ... πολλαπλάσιον ... τὸ αε ... ἴση ... πολλαπλασιαζόμενον ... μεῖζον ... τοῦ δ ... ἀριθμῶν ... τὸ ζη ... τοσαυταπλάσιον ... τὸ ηθ ... τὸ κ ... ἀριθμῶν ... τοῦ δ ... τοῦ κ πρώτως ... τὸ κ ... τὸ κ ἄρα τοῦ ν ἔλαττον ...

[illegible] ... τὸ ζη τοῦ δ̄ ... [illegible] ... ἴσα ἄρα ἐστὶ ... [illegible] ... μεῖζον ἄρα τὸ ζθ ... [illegible]

στον μὲν τοῦ δ̄ πρὸς ὃ ὡς δὲ μεῖζον τοῦ ζη· ὥστε πάλιν τὸ ζη τοῦ μ ἔλασσον· μεῖζον δὲ τὸ ηθ τοῦ δ̄. ὅλον ἄρα τὸ ζθ, τῶν δ̄ μ ... ὑπερέχει. τὸ δὲ κ τοῦ δ̄ ... καὶ τὸ ζη μεῖζον οὐ τοῦ ηθ· τουτέστι τὸ κ, τοῦ δ̄ ... ἔχει. ... ἀκολουθοῦντες ... φαινομένην ἀπόδειξιν. Τῶν ἄρα ἀνίσων μεγεθῶν, τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον. καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν. ἐχέτω γὰρ ἑκάτερον τῶν α̅ β̅ πρὸς τὸ γ̅, τὸν αὐτὸν λόγον. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ α̅ τῷ β̅. εἰ γὰρ μή, οὐκ ἂν ἑκάτερον τῶν α̅ β̅ πρὸς τὸ γ̅, τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. ἔχει δέ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ α̅ τῷ β̅. ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ γ̅, πρὸς ἑκάτερον τῶν α̅ β̅, τὸν αὐτὸν λόγον. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ α̅ τῷ β̅. εἰ γὰρ μή, οὐκ ἂν τὸ γ̅ πρὸς ἑκάτερον τῶν α̅ β̅, τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. ἔχει δέ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ α̅ τῷ β̅. Τὰ ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ μείζονα λόγον ἔχον, μεῖζόν ἐστι· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν. ἐχέτω γὰρ τὸ α̅ πρὸς τὸ γ̅, μείζονα λόγον ἤπερ τὸ β̅ πρὸς τὸ γ̅. λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ α̅ τοῦ β̅. εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴσον ἐστὶ τὸ α̅ τῷ β̅, ἢ ἔλαττον. ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἔστι τὸ α̅ τῷ β̅. ἑκάτερον γὰρ ἂν τῶν α̅ β̅, πρὸς τὸ γ̅, τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ α̅ τῷ β̅. οὐδὲ μὴν ἔλαττόν ἐστι τὸ α̅ τοῦ β̅. τὸ α̅ γὰρ ἂν πρὸς τὸ γ̅ ἐλάσσονα λόγον εἶχεν ἤπερ τὸ β̅ πρὸς τὸ γ̅. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἔλαττόν ἐστι τὸ α̅ τοῦ β̅. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἴσον. μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ α̅ τοῦ β̅. ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ γ̅ πρὸς τὸ β̅ μείζονα λόγον, ἤπερ τὸ γ̅ πρὸς τὸ α̅. λέγω ὅτι ἔλασσόν ἐστι τὸ β̅ τοῦ α̅. εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴσον ἐστὶν, ἢ μεῖζον. ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἔστι τὸ β̅ τῷ α̅. τὸ γ̅ γὰρ ἂν πρὸς ἑκάτερον τῶν α̅ β̅, τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. οὐκ ἔχει δέ· οὐδὲ μὴν μεῖζόν ἐστι τὸ β̅ τοῦ α̅. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἴσον. ἔλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ β̅ τοῦ α̅. Τῶν ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ μείζονα λόγον ἔχον, μεῖζόν ἐστι· καὶ πρὸς ὃ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί. ἔστω γὰρ ὡς μὲν τὸ α̅ πρὸς τὸ β̅, οὕτως τὸ γ̅ πρὸς τὸ δ̅. ὡς δὲ τὸ γ̅ πρὸς τὸ δ̅, οὕτως τὸ ε̅ πρὸς τὸ ζ̅. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ α̅ πρὸς τὸ β̅, οὕτως τὸ ε̅ πρὸς τὸ ζ̅. εἰλήφθω γὰρ τῶν α̅ γ̅ ε̅ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ η̅ θ̅ κ̅. τῶν δὲ β̅ δ̅ ζ̅ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ λ̅ μ̅ ν̅. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ α̅ πρὸς τὸ β̅, οὕτως τὸ γ̅ πρὸς τὸ δ̅. καὶ εἴληπται τῶν μὲν

ἀγ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ η θ· τῶν δὲ β δ· ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλά
σια τὰ λ μ· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ η τοῦ λ, ὑπερέχει καὶ τὸ θ τοῦ μ· ἢ εἰ ἴσον ἐστίν,
ἴσον· καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει· ἀλλ' ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ γ πρὸς τὸ δ, οὕτως τὸ ε
πρὸς τὸ ζ· καὶ εἴληπται τῶν μὲν γ ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ θ κ· τῶν δὲ
δ ζ· ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ μ ν, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ θ τοῦ μ,
ὑπερέχει καὶ τὸ κ τοῦ ν· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον· ἀλλ' εἰ
ὑπερέχει τὸ θ τοῦ μ, ὑπερέχει καὶ τὸ η τοῦ λ· ἢ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον,
ἔλαττον· ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ η τοῦ λ, ὑπερέχει καὶ τὸ κ τοῦ ν· ἢ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ
εἰ ἔλαττον, ἔλαττον· καὶ ἔστι τὰ μὲν η κ τῶν α ε, ἰσάκις πολλαπλάσια· τὰ δὲ λ ν
τῶν β ζ· ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ ε πρὸς
τὸ ζ· οἱ ἄρα τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων,
οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνά
λογον, τὰ α β γ δ ε ζ· ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ· καὶ τὸ ε πρὸς τὸ ζ· λέγω ὅτι
ἐστὶν ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὰ α γ ε, πρὸς τὰ β δ ζ· εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν α γ ε, ἰσάκις πο
λαπλάσια τὰ η θ κ· τῶν δὲ β δ ζ· ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ λ μ ν· καὶ ἐπεὶ
ἐστὶν ὡς τὸ α πρὸς τὸ β· οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ· καὶ τὸ ε πρὸς τὸ ζ· καὶ εἴληπται τῶν μὲν
α γ ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ η θ κ· τῶν δὲ β δ ζ· ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ
λ μ ν· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ η τοῦ λ, ὑπερέχει καὶ τὸ θ τοῦ μ· καὶ τὸ κ τοῦ ν· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον·
καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον· καὶ ἔστι τὸ μὲν η· καὶ τὰ η θ κ· τοῦ α καὶ τῶν α γ ε,
ἰσάκις πολλαπλάσια· ἐπειδήπερ ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν
μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλά
σιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν
πάντων· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ λ· καὶ τὰ λ μ ν· τοῦ β· καὶ τῶν β δ ζ, ἰσάκις
πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὰ α γ ε, πρὸς τὰ
β δ ζ· ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν
τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

† τοῦτο τὸ θεώρημα τὸ ὅμοιον ἔχει τῷ πρὸ τοῦ πρώτου· ἐπὶ δὲ τούτων διὰ τὴν αὐτὴν αἰτίαν ... ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων· καὶ πάντα πρὸς πάντα ... πρῶτον.

ιγ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς
τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον
μείζονα λόγον ἕξει, ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον· πρῶτον γὰρ τὸ α πρὸς δεύτερον τὸ β,
τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον· καὶ τρίτον τὸ γ πρὸς τέταρτον τὸ δ· τρίτον δὲ τὸ γ πρὸς τέταρτον
τὸ δ, μείζονα λόγον ἐχέτω, ἢ πέμπτον τὸ ε, πρὸς ἕκτον τὸ ζ· λέγω ὅτι καὶ πρῶτον
τὸ α πρὸς δεύτερον τὸ β, μείζονα λόγον ἕξει ἢ πέμπτον τὸ ε, πρὸς ἕκτον τὸ ζ· ἐπεὶ γὰρ
τὸ γ πρὸς τὸ δ μείζονα λόγον ἔχει ἢ τὸ ε πρὸς τὸ ζ, ἔστι τινὰ τῶν μὲν γ ε, ἰσάκις πολλαπλά·

τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια· καὶ τὸ μὲν τοῦ Γ πολλαπλάσιον τοῦ τοῦ Δ πολλαπλασίου ὑπερέχει· τὸ δὲ τοῦ Ε πολλαπλάσιον τοῦ τοῦ Ζ πολλαπλασίου οὐχ ὑπερέχει· εἰλήφθω καὶ ἔστω τῶν μὲν Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ· τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ, Λ· ὥστε τὸ μὲν Η τοῦ Κ ὑπερέχειν· τὸ δὲ Θ τοῦ Λ μὴ ὑπερέχειν· καὶ ὁσαπλάσιον μέν ἐστι τὸ Η τοῦ Γ, τοσαυταπλάσιον ἔστω τὸ Μ τοῦ Α· ὁσαπλάσιον δὲ τὸ Κ τοῦ Δ, τοσαυταπλάσιον ἔστω καὶ τὸ Ν τοῦ Β· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ· καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ, Η· τῶν δὲ Β, Δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Ν, Κ· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Μ τοῦ Ν, ὑπερέχει καὶ τὸ Η τοῦ Κ· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον· ὑπερέχει δὲ τὸ Η τοῦ Κ· ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ Μ τοῦ Ν· τὸ δὲ Θ τοῦ Λ οὐχ ὑπερέχει· καί ἐστι τὰ μὲν Μ, Θ τῶν Α, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια· τὰ δὲ Ν, Λ τῶν Β, Ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια· τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ιδ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. πρῶτον γὰρ τὸ α πρὸς δεύτερον τὸ β τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον· καὶ τρίτον τὸ γ πρὸς τέταρτον τὸ δ· μεῖζον δὲ ἔστω τὸ α τοῦ γ· λέγω ὅτι καὶ τὸ β τοῦ δ μεῖζόν ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ τὸ α τοῦ γ μεῖζόν ἐστιν· ἄλλο δὲ ὃ ἔτυχε μέγεθος τὸ β, τὸ α ἄρα πρὸς τὸ β μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ γ πρὸς τὸ β· ὡς δὲ τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ γ πρὸς τὸ δ· καὶ τὸ γ ἄρα πρὸς τὸ δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ γ πρὸς τὸ β· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν· ἔλαττον ἄρα τὸ δ τοῦ β· ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ β τοῦ δ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ α τῷ γ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ β τῷ δ· κἂν ἔλαττον ᾖ τὸ α τοῦ γ, ἔλαττον ἔσται καὶ τὸ β τοῦ δ· ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ιε

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα. ἔστω γὰρ ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ αβ τοῦ γ καὶ τὸ δε τοῦ ζ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ γ πρὸς τὸ ζ, οὕτως τὸ αβ πρὸς τὸ δε. ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ αβ τοῦ γ καὶ τὸ δε τοῦ ζ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ αβ μεγέθη ἴσα τῷ γ, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ δε ἴσα τῷ ζ· διῃρήσθω τὸ μὲν αβ εἰς τὰ τῷ γ ἴσα τὰ αη, ηθ, θβ· τὸ δὲ δε εἰς τὰ τῷ ζ ἴσα τὰ δκ, κλ, λε· ~~[illegible]~~ ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν αη, ηθ, θβ τῷ πλήθει τῶν δκ, κλ, λε· καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ τὰ αη, ηθ, θβ ἀλλήλοις, ἔστι δὲ καὶ τὰ δκ, κλ, λε ἴσα ἀλλήλοις, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ αη πρὸς τὸ δκ, οὕτως τὸ ηθ πρὸς τὸ κλ, καὶ τὸ θβ πρὸς τὸ λε· ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ αη πρὸς τὸ δκ, οὕτως τὸ αβ πρὸς τὸ δε· ἴσον δὲ τὸ μὲν αη τῷ γ, τὸ δὲ δκ τῷ ζ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ γ πρὸς τὸ ζ, οὕτως τὸ αβ πρὸς τὸ δε· τὰ ἄρα μέρη, ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

μέρη τὰ αη, δκ· [illegible] ὡς τὸ αη πρὸς τὸ δκ, οὕτως τὸ αβ πρὸς τὸ δε· τουτέστι τὸ μέρος πρὸς τὸ μέρος, οὕτως τὸ ὅλον πρὸς τὸ ὅλον· γίνωσκε τὰ ὅλα τοῖς μέρεσι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον:

ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον. ἐνταῦθα δὲ τὸ ἐναλλὰξ ἀνάλογον τῶν μεγεθῶν· ἀπὸ τῆς [illegible] τῶν [illegible] πολλαπλασίων [illegible]·

ιϛ

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται. ἔστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον, τὰ Α, Β, Γ, Δ· ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ. λέγω ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται· ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ. εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α, Β ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Ε, Ζ, τῶν δὲ Γ, Δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Ε τοῦ Α, καὶ τὸ Ζ τοῦ Β, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. ὡς δὲ τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ· καὶ ὡς ἄρα τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. πάλιν ἐπεὶ τὰ Η, Θ τῶν Γ, Δ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· καὶ ὡς ἄρα τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. ἐὰν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Ε τοῦ Η, ὑπερέχει καὶ τὸ Ζ τοῦ Θ· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Ε, Ζ τῶν Α, Β ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Η, Θ τῶν Γ, Δ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ. ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται. ἔστω συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον, τὰ ΑΒ, ΒΕ, ΓΔ, ΔΖ· ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔΖ. λέγω ὅτι καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΖΔ. εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΗΘ, ΘΚ, ΛΜ, ΜΝ, τῶν δὲ ΕΒ, ΖΔ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΚΞ, ΝΠ. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ, καὶ τὸ ΘΚ τοῦ ΕΒ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ, καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ. ἰσάκις δέ ἐστι πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ, καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ, καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ. πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ, καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΖΔ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ, καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΓΔ. ἰσάκις δὲ ἦν πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ, καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ, καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΓΔ. τὰ ΗΚ, ΛΝ ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια. πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΘΚ τοῦ ΕΒ, καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΖΔ· ἔστι δὲ καὶ τὸ ΚΞ τοῦ ΕΒ ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ τὸ ΝΠ τοῦ ΖΔ· καὶ συντεθὲν ἄρα τὸ ΘΞ τοῦ ΕΒ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον, καὶ τὸ ΜΠ τοῦ ΖΔ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔΖ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν ΑΒ, ΓΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΗΚ, ΛΝ, τῶν δὲ ΕΒ, ΖΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΘΞ, ΜΠ· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον.

ζήτει [illegible]

ζήτει β τοῦ ε

ἐναντίως [illegible] τούτου

ὑπερέχει ὡς ἂν τὸ ηκ τοῦ θξ· καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ θκ, ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ ηθ τοῦ κξ. ἀλλ' ἐὰν ὑπερέχῃ τὸ ηκ τοῦ θξ, ὑπερεῖχεν ἂν καὶ τὸ λν τοῦ μπ. ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ λν τοῦ μπ· καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ μν, ὑπερέχει καὶ τὸ λμ τοῦ νπ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ ηθ τῷ κξ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ λμ τῷ νπ. κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν ηθ λμ, τῶν αε γζ ἰσάκις πολλαπλάσια· τὰ δὲ κξ νπ, τῶν εβ ζδ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ αε πρὸς τὸ εβ, οὕτως τὸ γζ πρὸς τὸ ζδ· ἐὰν ἄρα συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ιη

Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ἔστω διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον, τὰ αε εβ γζ ζδ· ὡς τὸ αε πρὸς τὸ εβ, οὕτως τὸ γζ πρὸς τὸ ζδ· λέγω ὅτι καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὡς τὸ αβ πρὸς τὸ βε, οὕτως τὸ γδ πρὸς τὸ δζ. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὡς τὸ αβ πρὸς τὸ βε, οὕτως τὸ γδ πρὸς τὸ δζ, ἔσται ὡς τὸ αβ πρὸς τὸ βε, οὕτως τὸ γδ, ἤτοι πρὸς ἔλαττόν τι τοῦ δζ, ἢ πρὸς μεῖζον. ἔστω πρότερον πρὸς ἔλαττον τὸ δη· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ αβ πρὸς τὸ βε, οὕτως τὸ γδ πρὸς τὸ δη, συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν· ὥστε καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται. (διὰ τὸ ιζ τοῦ ε) ἔστιν ἄρα ὡς τὸ αε πρὸς τὸ εβ, οὕτως τὸ γη πρὸς τὸ ηδ. ὑπόκειται δὲ ὡς τὸ αε πρὸς τὸ εβ, οὕτως τὸ γζ πρὸς τὸ ζδ· καὶ ὡς ἄρα τὸ γη πρὸς τὸ ηδ, οὕτως καὶ τὸ γζ πρὸς τὸ ζδ. (διὰ τὸ ια τοῦ ε) μεῖζον δὲ τὸ πρῶτον τὸ γη, τοῦ τρίτου τοῦ γζ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ δεύτερον τὸ ηδ, τοῦ τετάρτου τοῦ ζδ. (διὰ τὸ ιδ τοῦ ε) ἀλλὰ καὶ ἔλαττον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ αβ πρὸς τὸ βε, οὕτως τὸ γδ πρὸς ἔλαττον τοῦ ζδ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ πρὸς μεῖζον· πρὸς αὐτὸ ἄρα· ἐὰν ἄρα διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ιθ

Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον· ἔστω γὰρ ὡς ὅλον τὸ αβ πρὸς ὅλον τὸ γδ, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ αε, πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ γζ· λέγω ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ εβ πρὸς λοιπὸν τὸ ζδ, ἔσται ὡς ὅλον τὸ αβ πρὸς ὅλον τὸ γδ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὅλον τὸ αβ πρὸς ὅλον τὸ γδ, οὕτως τὸ αε πρὸς τὸ γζ, (διὰ τὸ ιϛ τοῦ ε) καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ βα πρὸς τὸ αε, οὕτως τὸ δγ πρὸς τὸ γζ· καὶ ἐπεὶ συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστι, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὡς ἄρα ἐστὶ τὸ βε πρὸς τὸ αε, οὕτως τὸ δζ πρὸς τὸ γζ· καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ἐστίν· ὡς τὸ βε πρὸς τὸ δζ, οὕτως καὶ τὸ εα πρὸς τὸ γζ. ὡς δὲ τὸ αε πρὸς τὸ γζ, οὕτως ὑπόκειται ὅλον τὸ αβ πρὸς ὅλον τὸ γδ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ εβ πρὸς λοιπὸν τὸ ζδ, ἔσται ὡς ὅλον [illegible] (διὰ τὸ ια τοῦ ε) κἂν ἄρα ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς τὸ αβ πρὸς τὸ γδ, οὕτως τὸ εβ πρὸς τὸ ζδ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ αβ πρὸς τὸ βε, οὕτως τὸ γδ πρὸς τὸ δζ, συγκείμενα ἄρα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν· ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ βα πρὸς τὸ αε, οὕτως τὸ δγ πρὸς τὸ γζ, καί ἐστιν ἀναστρέψαντι· πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀναστρέψαντι ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. [illegible]

+ ταῦτα ἔχουσιν ἀνάλογον· οὐ μὴν εἰσὶ πολλαπλάσια

ις η δ β

ταῦτα ἀνάλογον μὲν ἔχουσιν· οὐκ εἰσὶ δὲ πολλαπλάσια

κζ ιη ιβ η

καὶ ἐπὶ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων καὶ ἐπὶ τῶν ἀναλόγων. ἐπειδήπερ ἐὰν
πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ἔσται ὡς τὸ πρῶτον
πρὸς τὸ δεύτερον, οὕτως τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον. γίνεται δὲ καὶ ἀντιστροφή, ἐὰν ᾖ
ὡς πρῶτον πρὸς δεύτερον, οὕτως τρίτον πρὸς τέταρτον, οὐ πάντως ἔσται καὶ τὸ μὲν
πρῶτον τοῦ δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, τὸ δὲ τρίτον τοῦ τετάρτου. καθάπερ ἐπὶ τῶν
ἡμιολίων ἢ ἐπὶ τῶν ἐπιτρίτων ἢ τῶν τοιούτων. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα
καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον
τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἔστω τρία
μεγέθη τὰ α β γ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, τὰ δ ε ζ, σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ
ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ὡς μὲν τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ε· ὡς δὲ τὸ β πρὸς τὸ γ, οὕτως
τὸ ε πρὸς τὸ ζ· δι' ἴσου δὲ μεῖζον ἔστω τὸ α τοῦ γ· λέγω ὅτι καὶ τὸ δ τοῦ ζ μεῖζον ἔσται·
κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ α τοῦ γ, ἄλλο δέ τι τὸ β, τὸ δὲ
μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον, τὸ α ἄρα πρὸς τὸ β, μείζονα λόγον
ἔχει ἤπερ τὸ γ πρὸς τὸ β. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ε· ὡς δὲ τὸ γ πρὸς
τὸ β, ἀνάπαλιν, οὕτως τὸ ζ πρὸς τὸ ε· καὶ τὸ δ ἄρα πρὸς τὸ ε, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ
τὸ ζ πρὸς τὸ ε. τῶν δὲ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖ-
ζόν ἐστι· μεῖζον ἄρα τὸ δ τοῦ ζ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ α τῷ γ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ
δ τῷ ζ· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

α β γ

δ ε ζ

κα

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ
λόγῳ, ᾖ δὲ αὐτῶν τεταραγμένη ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ,
καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἔστω τρία
μεγέθη ἀνάλογον τὰ α β γ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ δ ε ζ, σύνδυο λαμβανό-
μενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία· ὡς μὲν τὸ α
πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ ε πρὸς τὸ ζ· ὡς δὲ τὸ β πρὸς τὸ γ, οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ε· δι' ἴσου δὲ
τὸ α τοῦ γ μεῖζον ἔστω· λέγω ὅτι καὶ τὸ δ τοῦ ζ μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλαττον,
ἔλαττον. ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ α τοῦ γ, ἄλλο δὲ τὸ β, τὸ α ἄρα πρὸς
τὸ β, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ γ πρὸς τὸ β. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως
τὸ ε πρὸς τὸ ζ· ὡς δὲ τὸ γ πρὸς τὸ β ἀνάπαλιν, οὕτως τὸ ε πρὸς τὸ δ· καὶ τὸ ε
ἄρα πρὸς τὸ ζ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ε πρὸς τὸ δ. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον
ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν· ἔλαττον ἄρα ἐστὶ τὸ ζ τοῦ δ· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ δ τοῦ ζ. ὁμοίως δὴ
δείξομεν ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ α τῷ γ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ δ τῷ ζ· κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. ἐὰν ἄρα
ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

α β γ

δ ε ζ

κβ

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ

αὐτῷ λόγῳ· καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται. Ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη, τὰ α β γ· καὶ
ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, τὰ δ ε ζ· σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ὡς
μὲν τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ε· ὡς δὲ τὸ β πρὸς τὸ γ, οὕτως τὸ ε πρὸς τὸ ζ· λέγω ὅτι
καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ὡς τὸ α πρὸς τὸ γ, οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ζ. Εἰλήφθω γὰρ
τῶν μὲν α δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ η θ· τῶν δὲ β ε, ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλά-
σια τὰ κ λ· καὶ ἔτι τῶν γ ζ, ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ μ ν. καὶ ἐπεί
ἐστιν ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ε· καὶ εἴληπται τῶν μὲν α δ ἰσάκις
πολλαπλάσια τὰ η θ· τῶν δὲ β ε, ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια
τὰ κ λ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ η πρὸς τὸ κ, οὕτως τὸ θ πρὸς τὸ λ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ ὡς τὸ κ πρὸς τὸ μ, οὕτως τὸ λ πρὸς τὸ ν· ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ
τὰ η κ μ· καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ θ λ ν· σύνδυο λαμβανόμενα
ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου ἄρα εἰ ὑπερέχει τὸ η τοῦ μ, ὑπερέχει καὶ τὸ θ
τοῦ ν· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον· καί ἐστι τὰ μὲν η θ, τῶν
α δ ἰσάκις πολλαπλάσια· τὰ δὲ μ ν, τῶν γ ζ ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα
ὡς τὸ α πρὸς τὸ γ, οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ζ· ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, καὶ τὰ ἑξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη· καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ
λόγῳ· ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται. Ἔ-
στω τρία μεγέθη τὰ α β γ· καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ, τὰ δ ε ζ· ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία· ὡς μὲν τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως
τὸ ε πρὸς τὸ ζ· ὡς δὲ τὸ β πρὸς τὸ γ, οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ε· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ α πρὸς τὸ
γ, οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ζ· εἰλήφθω τῶν μὲν α β δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ η θ κ· τῶν δὲ
γ ε ζ, ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ λ μ ν· καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσι-
α τὰ η θ τῶν α β· τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἔστιν ἄρα
ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ η πρὸς τὸ θ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ ε πρὸς τὸ ζ, τὸ μ πρὸς
τὸ ν· καὶ ἔστιν ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, τὸ ε πρὸς τὸ ζ· καὶ ὡς ἄρα τὸ η πρὸς τὸ θ, τὸ μ πρὸς
τὸ ν· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ β πρὸς τὸ γ, τὸ δ πρὸς τὸ ε, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ β πρὸς τὸ δ, τὸ
γ πρὸς τὸ ε· καὶ ἐπεὶ τὰ θ κ τῶν β δ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια· τὰ δὲ μέρη τοῖς ἰσάκις
πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ β πρὸς τὸ δ, τὸ θ
πρὸς τὸ κ· ἀλλ' ὡς τὸ β πρὸς τὸ δ, τὸ γ πρὸς τὸ ε· καὶ ὡς ἄρα τὸ θ πρὸς τὸ
κ, τὸ γ πρὸς τὸ ε· πάλιν ἐπεὶ τὰ λ μ τῶν γ ε ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια,
ἔστιν ἄρα ὡς τὸ γ πρὸς τὸ ε, τὸ λ πρὸς τὸ μ· ἀλλ' ὡς τὸ γ πρὸς τὸ ε, οὕτως
τὸ θ πρὸς τὸ κ· καὶ ὡς ἄρα τὸ θ πρὸς τὸ κ, τὸ λ πρὸς τὸ μ· καὶ ἐναλλὰξ
ὡς τὸ θ πρὸς τὸ λ, τὸ κ πρὸς τὸ μ· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ η πρὸς τὸ θ, τὸ μ πρὸς

ἐν ἄλλῳ· ἐπεὶ τῶν μ ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ θ κ·
τῶν γ ε ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ
λ μ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ θ πρὸς τὸ λ, οὕτως τὸ κ πρὸς τὸ μ·

τὸν ν. ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶν ἀνάλογον τὰ η θ λ· καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ κ μ ν,
σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ ἔστιν αὐτῶν τεταραγμένη ἡ ἀναλογία· δι' ἴσου
ἄρα εἰ ὑπερέχει τὸ η τοῦ λ, ὑπερέχει καὶ τὸ κ τοῦ ν· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον.
καί ἐστι τὰ μὲν η λ, τῶν α δ ἰσάκις πολλαπλάσια· τὰ δὲ κ ν, τῶν γ ζ. ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσά-
κις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ α πρὸς τὸ γ, οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ζ. ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη
καὶ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι: Καὶ ἐπεὶ τὰ θ λ τῶν β δ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια·
τὰ δὲ μ ν τοῖς ε ζ ὡσαύτως καὶ ἰσάκις πολλαπλάσιοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς
τὸ β πρὸς τὸ δ, τὸ θ πρὸς τὸ λ· ἀλλ' ὡς τὸ β πρὸς τὸ δ, τὸ γ πρὸς τὸ ε· καὶ ὡς ἄρα τὸ θ πρὸς τὸ
λ, τὸ γ πρὸς τὸ ε. πάλιν ἐπεὶ τὰ λ μ τῶν δ ε ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς
τὸ δ πρὸς τὸ ε, τὸ λ πρὸς τὸ μ· ἀλλ' ὡς τὸ δ πρὸς τὸ ε, οὕτως τὸ θ πρὸς τὸ κ· καὶ ὡς ἄρα τὸ θ
πρὸς τὸ κ, τὸ λ πρὸς τὸ μ· ἐναλλάξ· ὡς τὸ θ πρὸς τὸ λ, τὸ κ πρὸς τὸ μ· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς
τὸ η πρὸς τὸ θ, τὸ μ πρὸς τὸ ν. ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶν ἀνάλογον τὰ η θ λ· καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα
τὸ πλῆθος τὰ κ μ ν· σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ ἔστιν αὐτῶν τεταραγμένη ἡ
ἀναλογία, δι' ἴσου ἄρα εἰ ὑπερέχει τὸ η τοῦ λ, ὑπερέχει καὶ τὸ κ τοῦ ν· καὶ εἰ ἴσον, ἴσον· καὶ εἰ
ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν η κ, τῶν α γ ἰσάκις πολλαπλάσια· τὰ δὲ λ ν, τῶν δ ζ
ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ α πρὸς τὸ γ, οὕτως τὸ δ πρὸς τὸ ζ.
ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη, καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

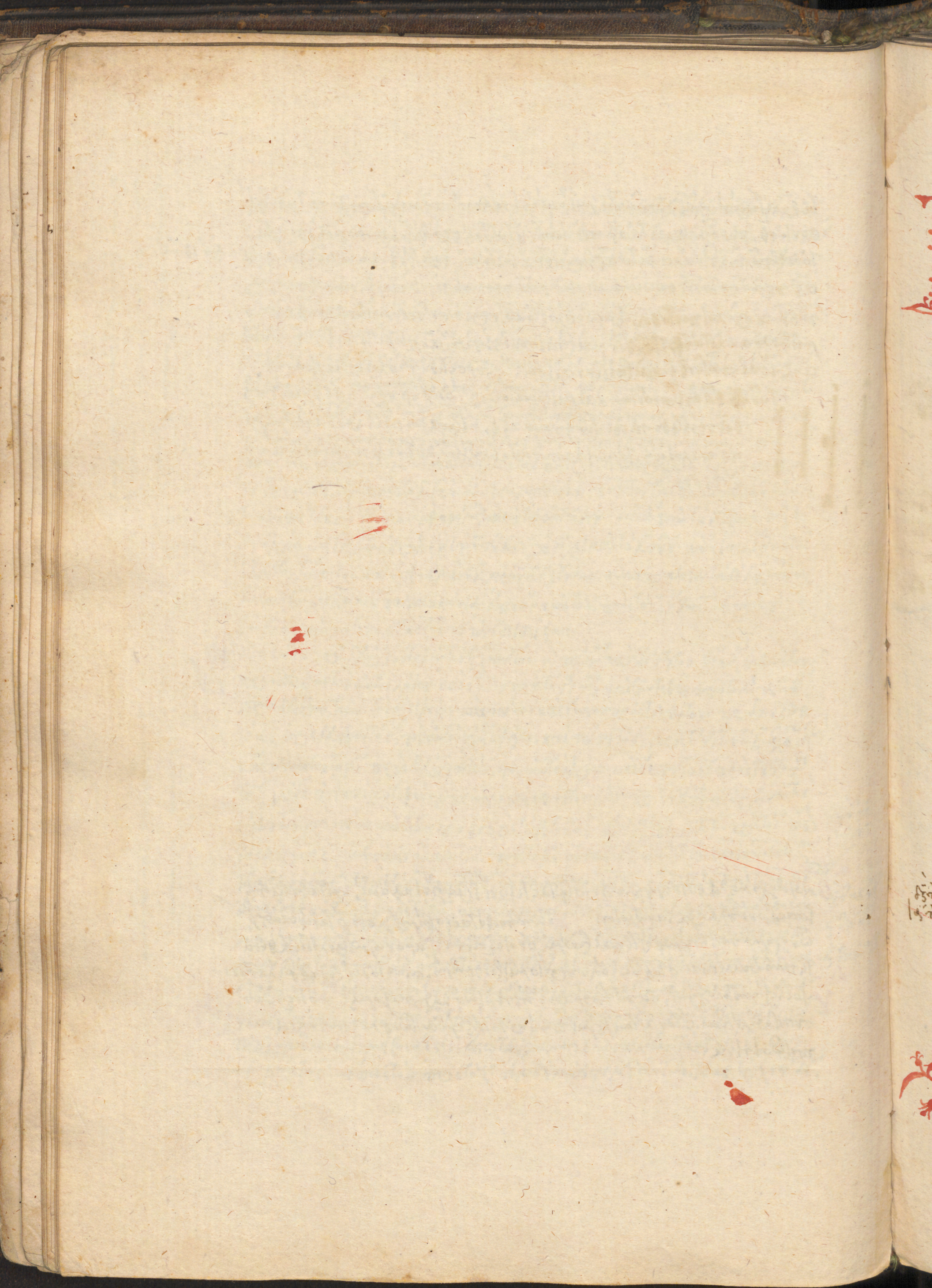
κδ Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον· καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον
πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον· καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον
πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον· καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον. πρῶτον γὰρ
τὸ αβ πρὸς δεύτερον τὸ γ, τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον, καὶ τρίτον τὸ δε, πρὸς τέταρτον τὸ ζ. ἐχέτω δὲ
καὶ πέμπτον τὸ βη, πρὸς δεύτερον τὸ γ, τὸν αὐτὸν λόγον· καὶ ἕκτον τὸ εθ πρὸς τέταρτον
τὸ ζ. λέγω ὅτι καὶ συντεθὲν τὸ πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ αη· πρὸς δεύτερον τὸ γ, τὸν αὐτὸν
ἕξει λόγον· καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ δθ, πρὸς τέταρτον τὸ ζ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ βη πρὸς τὸ γ· οὕτως
τὸ εθ πρὸς τὸ ζ, ἀνάπαλιν ἄρα ὡς τὸ γ πρὸς τὸ βη, οὕτως τὸ ζ πρὸς τὸ εθ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς
τὸ αβ πρὸς τὸ γ· οὕτως τὸ δε πρὸς τὸ ζ, ὡς δὲ τὸ γ πρὸς τὸ βη· οὕτως τὸ ζ πρὸς τὸ εθ, δι'
ἴσου ἄρα ἐστίν· ὡς τὸ αβ πρὸς τὸ βη, οὕτως τὸ δε πρὸς τὸ εθ. καὶ ἐπεὶ διῃρημένα μεγέθη
ἀνάλογόν ἐστι, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὡς ἄρα τὸ αη πρὸς τὸ ηβ, οὕτως τὸ δθ πρὸς τὸ θε.
ἔστι δὲ καὶ ὡς τὸ βη πρὸς τὸ γ, οὕτως τὸ εθ πρὸς τὸ ζ. δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ αη πρὸς τὸ γ, οὕτως
τὸ δθ πρὸς τὸ ζ. ἐὰν ἄρα πρῶτον καὶ δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον· καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον. καὶ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

κε Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον αὐτῶν καὶ τὸ ἐλάχιστον
δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν. ἔστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ αβ γδ ε ζ. ὡς τὸ
αβ πρὸς τὸ γδ, οὕτως τὸ ε πρὸς τὸ ζ. ἔστω δὲ μέγιστον μὲν αὐτῶν τὸ αβ· ἐλάχιστον δὲ

τὸ ζ. λοιπῶ ὅτι τὰ αβ, ζ τῶν γδ, ε μείζονά ἐστι. κείσθω γὰρ τῷ μὲν ε ἴσον τὸ αη. τῷ δὲ ζ ἴσον τὸ γθ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ αβ πρὸς τὸ γδ, οὕτως τὸ ε πρὸς τὸ ζ, ἴσον δὲ τὸ μὲν ε τῷ αη, τὸ δὲ ζ τῷ γθ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ αβ πρὸς τὸ γδ, οὕτως τὸ αη πρὸς τὸ γθ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὅλον τὸ αβ πρὸς ὅλον τὸ γδ, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ αη πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ γθ, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ηβ πρὸς λοιπὸν τὸ θδ, ἔσται ὡς ὅλον τὸ αβ πρὸς ὅλον τὸ γδ. μεῖζον δὲ τὸ αβ τοῦ γδ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ηβ τοῦ θδ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν αη τῷ ε, τὸ δὲ γθ τῷ ζ, τὰ ἄρα αη, ζ ἴσα ἐστὶ τοῖς γθ, ε. καὶ ἐπεὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα, ἐὰν ἄρα τῶν ηβ, θδ ἀνίσων ὄντων καὶ μείζονος τοῦ ηβ, τῷ μὲν ηβ προστεθῇ τὰ αη, ζ, τῷ δὲ θδ προστεθῇ τὰ γθ, ε, συνάγεται τὰ αβ, ζ μείζονα τῶν γδ, ε. ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον αὐτῶν καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ὅροι τοῦ ἕκτου τῶν Εὐκλείδου στοιχείων:

α Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον: β Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἐν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν: γ Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα δ τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλαττον:- γ Ὕψος ἐστὶ παντὸς σχήματος, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη: ε Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ᾽ ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι, ποιῶσί τινα:-



Εὐκλείδου στοιχείων ἕκτον

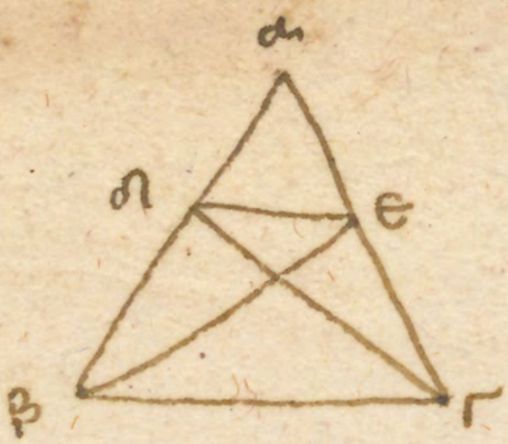
α

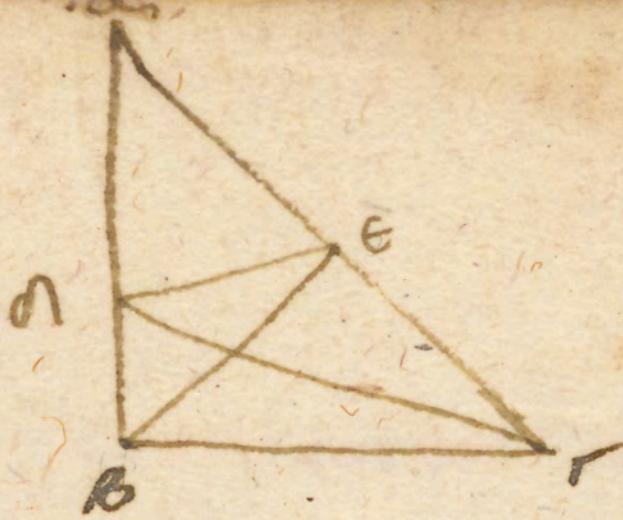
Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις. ἔστω τρίγωνα μὲν τὰ αβγ. αγδ. παραλληλόγραμμα δὲ, τὰ εγ. γζ. ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα τὴν ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ τὴν βδ κάθετον ἀγομένην. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ βγ βάσις πρὸς τὴν γδ βάσιν, οὕτως τὸ αβγ τρίγωνον πρὸς τὸ αγδ τρίγωνον. καὶ τὸ εγ παραλληλόγραμμον, πρὸς τὸ γζ παραλληλόγραμμον. ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ βδ. ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, ἐπὶ τὰ θ λ σημεῖα. καὶ κείσθωσαν τῇ μὲν βγ βάσει, ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ βη. ηθ. τῇ δὲ γδ βάσει, ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ δκ. κλ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αη. αθ. ακ. αλ. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ γβ. βη. ηθ ἀλλήλαις, ἴσα ἐστὶ καὶ τὰ αθη. αηβ. αβγ τρίγωνα ἀλλήλοις. ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ θγ βάσις τῆς βγ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ αθγ τρίγωνον, τοῦ αβγ τριγώνου. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁσαπλασίων ἐστὶν ἡ λγ βάσις τῆς δγ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ αλγ τρίγωνον, τοῦ αδγ τριγώνου. καὶ εἰ ἴση ἐστὶν ἡ θγ βάσις τῇ λγ βάσει, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ αθγ τρίγωνον, τῷ αγλ τριγώνῳ. καὶ εἰ ὑπερέχει ἡ θγ βάσις τῆς γλ βάσεως, ὑπερέχει καὶ τὸ αθγ τρίγωνον τοῦ αγλ τριγώνου. καὶ εἰ ἐλάσσων, ἔλασσον. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν. δύο μὲν βάσεων τῶν βγ. γδ. δύο δὲ τριγώνων τῶν αβγ. αγδ, εἴληπται ἰσάκις πολλαπλάσια. τῆς μὲν βγ βάσεως. καὶ τοῦ αβγ τριγώνου, ἥ τε θγ βάσις. καὶ τὸ αθγ τρίγωνον. τῆς δὲ γδ βάσεως. καὶ τοῦ αδγ τριγώνου, ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλάσια. ἥ τε λγ βάσις. καὶ τὸ αλγ τρίγωνον. καὶ δέδεικται ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ θγ βάσις τῆς λγ βάσεως. ὑπερέχει καὶ τὸ αθγ τρίγωνον τοῦ αλγ τριγώνου. καὶ εἰ ἴση, ἴσον. καὶ εἰ ἐλάσσων, ἔλασσον. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βγ βάσις πρὸς τὴν γδ βάσιν, οὕτως τὸ αβγ τρίγωνον πρὸς τὸ αγδ τρίγωνον. καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν αβγ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ εγ παραλληλόγραμμον. τοῦ δὲ αγδ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ ζγ παραλληλόγραμμον. τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὡς ἄρα τὸ αβγ τρίγωνον πρὸς τὸ αγδ τρίγωνον, οὕτως τὸ εγ παραλληλόγραμμον, πρὸς τὸ ζγ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ βγ βάσις πρὸς τὴν γδ, οὕτως τὸ αβγ τρίγωνον. πρὸς τὸ αγδ τρίγωνον. ὡς δὲ τὸ αβγ τρίγωνον. πρὸς τὸ αγδ τρίγωνον. οὕτως τὸ εγ παραλληλόγραμμον. πρὸς τὸ ζγ παραλληλόγραμμον, καὶ ὡς ἄρα ἡ βγ βάσις πρὸς τὴν γδ βάσιν, οὕτως τὸ εγ παραλληλόγραμμον. πρὸς τὸ ζγ παραλληλόγραμμον. τὰ ἄρα τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ε α ζ θ η β γ δ κ λ

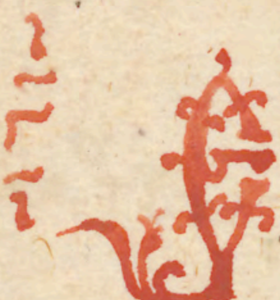
β

Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς. καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παράλληλος ἔσται τῇ λοιπῇ τοῦ τριγώνου πλευρᾷ. τριγώνου γὰρ τοῦ αβγ,





παράλληλος μιᾷ τῶν πλευρῶν τῇ βγ, ἤχθω ἡ δε. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ βδ πρὸς
τὴν δα, οὕτως ἡ γε πρὸς τὴν εα. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ βε, γδ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ βδε τρι-
γωνον, τῷ γδε τριγώνῳ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστι τῆς δε· καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλ-
λήλοις ταῖς δε, βγ. ἄλλο δέ τι τὸ αδε τρίγωνον. τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει
λόγον. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ βδε τρίγωνον πρὸς τὸ αδε τρίγωνον, οὕτως τὸ γδε τρίγωνον, πρὸς
πρὸς τὸ αδε τρίγωνον. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ βδε τρίγωνον πρὸς τὸ αδε τρίγωνον, οὕτως ἡ
βδ πρὸς τὴν δα. ὑπὸ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα τὴν ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὴν αβ κάθετον ἀγομένην,
πρὸς ἄλληλά εἰσιν ὡς αἱ βάσεις. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὡς τὸ γδε τρίγωνον πρὸς τὸ αδε, οὕτως
ἡ γε πρὸς τὴν εα. † ἀλλὰ δὴ αἱ τοῦ αβγ τριγώνου πλευραὶ, αἱ αβ, αγ, ἀνάλογον τετμή-
σθωσαν. ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δα, οὕτως ἡ γε πρὸς τὴν εα. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε.
λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ δε τῇ βγ. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἐστὶν
ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δα, οὕτως ἡ γε πρὸς τὴν εα, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ βδ πρὸς τὴν δα, οὕτως
τὸ βδε τρίγωνον πρὸς τὸ αδε τρίγωνον. ὡς δὲ ἡ γε πρὸς τὴν εα, οὕτως τὸ γδε τρίγωνον
πρὸς τὸ αδε τρίγωνον, καὶ ὡς ἄρα τὸ βδε τρίγωνον πρὸς τὸ αδε, οὕτως τὸ γδε τρίγωνον,
πρὸς τὸ αδε τρίγωνον. ἑκάτερον ἄρα τῶν βδε, γδε τριγώνων, πρὸς τὸ αδε, τὸν αὐτὸν ἔχει
λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ βδε τρίγωνον, τῷ γδε τριγώνῳ. καί εἰσιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως
τῆς δε. τὰ δὲ ἴσα τρίγωνα καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ἐστί. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ δε τῇ βγ. ἐὰν ἄρα τριγώνου παράλληλος μιᾷ τῶν πλευρῶν
ἀχθῇ τις εὐθεῖα, καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



γ Ἐὰν τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν,
τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς·
καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς,
ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.
ἔστω τρίγωνον τὸ αβγ. καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ βαγ γωνία, δίχα ὑπὸ τῆς αδ εὐθ. λέγω
ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν γδ, οὕτως ἡ βα πρὸς τὴν αγ. ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ γ, τῇ δα πα-
ράλληλος ἡ γε. καὶ διαχθεῖσα ἡ βα, συμπιπτέτω αὐτῇ κατὰ τὸ ε. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους
τὰς αδ, εγ, εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ αγ, ἡ ἄρα ὑπὸ αγε γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ γαδ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ
γαδ, τῇ ὑπὸ βαδ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ βαδ ἄρα τῇ ὑπὸ αγε, ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ
εἰς παραλλήλους τὰς αδ, εγ, εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ βαε, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ βαδ, ἴση ἐστὶ
τῇ ἐντὸς τῇ ὑπὸ αεγ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ αγε, τῇ ὑπὸ βαδ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ αγε ἄρα γω-
νία, τῇ ὑπὸ αεγ ἐστὶν ἴση. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ αε, πλευρᾷ τῇ αγ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ τριγώνου
τοῦ βγε, παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν εγ, ἦκται ἡ αδ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ βδ πρὸς
τὴν δγ, οὕτως ἡ βα πρὸς τὴν αε. ἴση δὲ ἡ αε τῇ αγ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δγ,

Marginal notes:
διὰ τὴν λζ τοῦ α
διὰ τὴν ζ τοῦ ε
† διὰ ὡς ἄρα ἡ βδ πρὸς τὴν δα, οὕτως ἡ γε πρὸς τὴν εα.
διὰ τὴν ια τοῦ ε
διὰ τὴν α τοῦ ς
διὰ τὴν ια τοῦ ε
διὰ τὴν θ τοῦ ε
διὰ τὴν κθ τοῦ α
διὰ τὴν β τοῦ ς

οὕτως ἡ βα πρὸς τὴν αγ. ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δγ, οὕτως ἡ βα πρὸς τὴν αγ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αδ. λέγω ὅτι δίχα τέτμηται ἡ ὑπὸ βαγ γωνία, ὑπὸ τῆς αδ εὐθ. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δγ, οὕτως ἡ βα πρὸς τὴν αγ. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δγ, οὕτως ἐστὶν ἡ βα πρὸς τὴν αε· τριγώνου γὰρ τοῦ βγε, παρὰ μίαν τὴν εγ, ἦκται ἡ αδ· καὶ ὡς ἄρα ἡ βα πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ βα πρὸς τὴν αε. ἴση ἄρα ἡ αγ τῇ αε. ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αεγ, τῇ ὑπὸ αγε, ἐστὶν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ αεγ, τῇ ὑπὸ δαβ, ἐστὶν ἴση· ἡ δὲ ὑπὸ αγε, τῇ ὑπὸ γαδ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ βαδ ἄρα, τῇ ὑπὸ δαγ ἐστὶν ἴση. ἡ ἄρα ὑπὸ βαγ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς αδ εὐθ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί. ἔστω ἰσογώνια τρίγωνα, τὰ αβγ, δγε, ἴσην ἔχοντα τὴν μὲν ὑπὸ αβγ γωνίαν, τῇ ὑπὸ δγε· τὴν δὲ ὑπὸ βαγ, τῇ ὑπὸ γδε· καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ αγβ, τῇ ὑπὸ γεδ. λέγω ὅτι τῶν αβγ, δγε τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι. κείσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας ἡ βγ τῇ γε. καὶ ἐπεὶ αἱ ὑπὸ αβγ, αγβ γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν, ἴση δὲ ἡ ὑπὸ αγβ τῇ ὑπὸ δεγ, αἱ ἄρα ὑπὸ αβγ, δεγ, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ βα, εδ ἄρα ἐκβαλλόμεναι, συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ ζ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ δγε γωνία τῇ ὑπὸ αβγ, παράλληλός ἐστιν ἡ βζ, τῇ γδ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ αγβ, τῇ ὑπὸ δεγ, παράλληλός ἐστιν ἡ αγ τῇ ζε. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ζαγδ. ἴση ἄρα ἡ μὲν ζα, τῇ δγ, ἡ δὲ αγ, τῇ ζδ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ βζε παρὰ μίαν τὴν ζε, ἦκται ἡ αγ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βα πρὸς τὴν αζ, οὕτως ἡ βγ πρὸς τὴν γε. ἴση δὲ ἡ αζ τῇ γδ. ὡς ἄρα ἡ βα πρὸς τὴν γδ, οὕτως ἡ βγ πρὸς τὴν γε. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως ἡ δγ πρὸς τὴν γε. πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ γδ τῇ βζ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βγ πρὸς τὴν γε, οὕτως ἡ ζδ πρὸς τὴν δε. ἴση δὲ ἡ ζδ τῇ αγ. ὡς ἄρα ἡ βγ πρὸς τὴν γε, οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν δε. καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ἡ βγ πρὸς τὴν γα, οὕτως ἡ γε πρὸς τὴν εδ. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ αβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως ἡ δγ πρὸς τὴν γε, ὡς δὲ ἡ βγ πρὸς τὴν γα, οὕτως ἡ γε πρὸς τὴν εδ, δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ βα πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ γδ πρὸς τὴν δε. τῶν ἄρα ἰσογωνίων τριγώνων καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα· καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἔστω δύο τρίγωνα τὰ αβγ, δεζ, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα· ὡς μὲν τὴν αβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως τὴν δε πρὸς τὴν εζ· ὡς δὲ τὴν βγ πρὸς τὴν γα, οὕτως τὴν εζ πρὸς τὴν ζδ· καὶ ἔτι ὡς τὴν βα πρὸς τὴν αγ, οὕτως τὴν εδ πρὸς τὴν δζ. λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ αβγ τρίγωνον, τῷ δεζ τριγώνῳ· καὶ ἴσας ἕξουσι τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσι· τὴν μὲν ὑπὸ αβγ, τῇ ὑπὸ δεζ· τὴν δὲ ὑπὸ βγα, τῇ ὑπὸ εζδ· καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ βαγ, τῇ ὑπὸ εδζ. συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ εζ εὐθείᾳ καὶ τοῖς

δι' τ' κγ' τ' α' πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Ε, Ζ, τῇ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ, ἴση ἡ ὑπὸ ΖΕΗ· τῇ δὲ ὑπὸ
ΑΓΒ, ἴση ἡ ὑπὸ ΕΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ, λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΕΗΖ, ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα
δι' τ' λβ' τ' α' ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τῷ ΕΗΖ τριγώνῳ· τῶν ἄρα ΑΒΓ, ΕΗΖ τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ
αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραὶ ὑποτείνουσαι· ἔστιν
ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς ΕΖ· ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ὑπόκειται ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ·
δι' τ' ια' τ' ε' ὡς ἄρα ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς ΕΖ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΔΕ, ΗΕ πρὸς τὴν ΕΖ, τὸν αὐτὸν
δι' τ' θ' τ' ε' ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΗΕ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΖ, τῇ ΗΖ ἐστὶν ἴση· ἐπεὶ οὖν ἴση
δι' τ' η' τ' α' ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΕΗ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΔΕ, ΕΖ, δυσὶ ταῖς ΗΕ, ΕΖ, ἴσαι εἰσί· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βά-
σει τῇ ΖΗ ἐστὶν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΖ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΕΖ, ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον, τῷ
ΗΕΖ τριγώνῳ, ἴσον ἐστί· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ
ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΔΖΕ γωνία, τῇ ὑπὸ ΗΖΕ· ἡ δὲ ὑπὸ
ΕΔΖ, τῇ ὑπὸ ΕΗΖ· καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΖΕΔ, τῇ ὑπὸ ΗΕΖ ἐστὶν ἴση· ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΗΕΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ,
καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα γωνία, τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστὶν ἴση· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ, τῇ ὑπὸ ΔΖΕ
ἐστὶν ἴση· καὶ ἔτι ἡ πρὸς τῷ Α, τῇ πρὸς τῷ Δ· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τῷ ΔΕΖ
τριγώνῳ· ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἑξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ς' Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ· περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς
ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα· καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ
ὑποτείνουσιν· ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ· μίαν γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ, μιᾷ γωνίᾳ τῇ
ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην ἔχοντα· περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον· ὡς τὴν ΒΑ πρὸς
τὴν ΑΓ, οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς ΔΖ· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ·
καὶ ἴσην ἕξει τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν, τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· τὴν δὲ ὑπὸ ΑΓΒ, τῇ ὑπὸ ΔΖΕ· συνεστάτω
δι' τ' κγ' τ' α' πρὸς μὲν τῇ ΔΖ εὐθείᾳ· καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Δ, Ζ, ὁποτέρᾳ μὲν τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ
ἴση ἡ ὑπὸ ΖΔΗ· τῇ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ, ἴση ἡ ὑπὸ ΔΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β, λοιπῇ τῇ πρὸς
τῷ Η, ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τῷ ΔΗΖ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν
δι' τ' θ' τ' ε' ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΗΔ πρὸς ΔΖ· ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ
ΕΔ πρὸς ΔΖ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΔ πρὸς ΔΖ· ἴση ἄρα ἡ ΕΔ τῇ ΔΗ· καὶ
κοινὴ ἡ ΔΖ· δύο δὴ αἱ ΕΔ, ΔΖ, δυσὶ ταῖς ΗΔ, ΔΖ, ἴσαι εἰσί· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΔΖ, γωνίᾳ τῇ
ὑπὸ ΗΔΖ ἐστὶν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΕΖ, βάσει τῇ ΗΖ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον, τῷ ΔΗΖ
τριγώνῳ ἴσον ἐστί· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκα-
τέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΔΖΗ, τῇ ὑπὸ ΔΖΕ· ἡ δὲ πρὸς
τῷ Η, τῇ πρὸς τῷ Ε· ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΔΖΗ, τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ ἄρα, τῇ ὑπὸ ΔΖΕ
ἐστὶν ἴση· ὑπόκειται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ
τῇ πρὸς τῷ Ε, ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· ἐὰν ἄρα
δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, καὶ ἑξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ζ

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ· περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον,
τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ
τρίγωνα· καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί· ἔστω δύο τρίγωνα
τὰ αβγ, δεζ· μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα, τὴν ὑπὸ βαγ, τῇ ὑπὸ εδζ· περὶ δὲ ἄλλας γωνίας
τὰς ὑπὸ αβγ, δεζ, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον· ὡς τὴν αβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως τὴν δε πρὸς εζ· τῶν δὲ
λοιπῶν τῶν πρὸς τοῖς γ ζ πρότερον ἑκατέραν ἅμα ἐλάσσονα ὀρθῆς· λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι
τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ· καὶ ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ αβγ γωνία τῇ ὑπὸ δεζ· ἡ λοιπὴ
δηλονότι ἡ πρὸς τῷ γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ ζ ἴση· εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ αβγ γωνία τῇ
ὑπὸ δεζ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν· ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ αβγ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ αβ δ' τῆς κγ' τοῦ α'
εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ β, τῇ ὑπὸ δεζ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ αβη· καὶ ἐπεὶ ἴση
ἐστὶν ἡ μὲν α γωνία τῇ δ, ἡ δὲ ὑπὸ αβη τῇ ὑπὸ δεζ, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ αηβ λοιπῇ τῇ
ὑπὸ δζε ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβη τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς
ἡ αβ πρὸς βη, οὕτως ἡ δε πρὸς εζ· ὡς δὲ ἡ δε πρὸς εζ, ὑπόκειται ἡ αβ πρὸς βγ· καὶ ὡς δ' τῆς δ' τοῦ ς'
ἄρα ἡ αβ πρὸς βγ, οὕτως ἡ αβ πρὸς βη· ἡ αβ ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν βγ βη τὸν αὐτὸν
ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἡ βγ τῇ βη· ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ γ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βηγ ἐστὶν ἴση·
ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ὑπόκειται ἡ πρὸς τῷ γ· ἐλάττων ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ βηγ·
ὥστε ἡ ἐφεξῆς αὐτῇ γωνία ἡ ὑπὸ αηβ, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· καὶ ἐδείχθη ἴση οὖσα τῇ
πρὸς τῷ ζ· καὶ ἡ πρὸς τῷ ζ ἄρα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς· ὑπόκειται δὲ ἐλάσσων ὀρθῆς· ὅπερ
ἐστὶν ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ αβγ γωνία τῇ ὑπὸ δεζ· ἴση ἄρα· ἔστι δὲ καὶ ἡ
πρὸς τῷ α, ἴση τῇ πρὸς τῷ δ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ ζ ἴση·
ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον, τῷ δεζ τριγώνῳ· ἀλλὰ δὴ πάλιν ὑποκείσθω
ἑκατέρα τῶν πρὸς τοῖς γ ζ, μὴ ἐλάσσων ὀρθῆς· λέγω πάλιν ὅτι καὶ οὕτως ἐστὶν ἰσογώ-
νιον τὸ αβγ τρίγωνον, τῷ δεζ τριγώνῳ· τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ὁμοίως δεί-
ξομεν ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ βη· ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ γ, τῇ ὑπὸ βηγ ἴση ἐστίν·
δ' τῆς ιζ' τοῦ α' οὐκ ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ἡ πρὸς τῷ γ· οὐκ ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς οὐδὲ ἡ ὑπὸ βηγ· τριγώ-
νου δὴ τοῦ βηγ, αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν οὐκ εἰσὶν ἐλάττονες· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα
πάλιν ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ αβγ γωνία, τῇ ὑπὸ δεζ· ἴση ἄρα· ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ α, τῇ πρὸς τῷ δ ἴση·
λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ ζ ἴση ἐστίν·
ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον, τῷ δεζ τριγώνῳ· ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν
γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ καὶ τὰ ἑξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

η

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ
καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ αβγ
ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ βαγ γωνίαν· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ τὴν βγ, κάθετος ἡ αδ· λέγω ὅτι δ' τῆς ιβ' τοῦ α'
ὅμοιόν ἐστιν ἑκάτερον τῶν αβδ αδγ τριγώνων, ὅλῳ τῷ αβγ· καὶ ἔτι ἀλλήλοις· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν
ἡ ὑπὸ βαγ τῇ ὑπὸ αδβ· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τοῦ τε αβγ καὶ τοῦ αβδ·

ἡ πρὸς τῷ β· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ αγβ λοιπῇ τῇ ὑπὸ βαδ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον
ἄρα ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ αβδ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ γβ ὑποτείνουσα
τὴν ὀρθὴν τοῦ αβγ τριγώνου πρὸς τὴν βα ὑποτείνουσαν τὴν ὀρθὴν τοῦ αβδ τριγώνου,
οὕτως αὐτὴ ἡ αβ ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ γ γωνίαν τοῦ αβγ τριγώνου πρὸς τὴν βδ
ὑποτείνουσαν τὴν ἴσην τὴν ὑπὸ βαδ τοῦ αβδ τριγώνου· καὶ ἔτι ἡ αγ πρὸς τὴν αδ, ὑπο-
τείνουσα τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν κοινὴν τῶν δύο τριγώνων· τὸ αβγ ἄρα τρίγωνον τῷ
αβδ τριγώνῳ, ἰσογώνιόν τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὅμοιον ἄρα
ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον, τῷ αβδ τριγώνῳ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τῷ αδγ τριγώνῳ
ὅμοιόν ἐστι τὸ αβγ. ἑκάτερον ἄρα τῶν αβδ, αδγ τριγώνων, ὅμοιόν ἐστιν ὅλῳ τῷ αβγ. λέγω
δὴ ὅτι καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια, τὰ αβδ, αδγ τρίγωνα. ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ βδα ὀρθῇ
τῇ ὑπὸ αδγ ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ὑπὸ βαδ τῇ πρὸς τῷ γ, ἐδείχθη ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα
ἡ πρὸς τῷ β, λοιπῇ τῇ ὑπὸ δαγ, ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβδ τρίγωνον, τῷ αδγ τριγώνῳ·
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βδ τοῦ αβδ τριγώνου ὑποτείνουσα τὴν ὑπὸ βαδ πρὸς τὴν δα τοῦ αδγ τριγώνου
ὑποτείνουσαν τὴν πρὸς τῷ γ ἴσην τῇ ὑπὸ βαδ, οὕτως αὐτὴ ἡ αδ τοῦ αβδ τριγώνου, ὑπο-
τείνουσα τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν, πρὸς τὴν δγ ὑποτείνουσαν τὴν ὑπὸ δαγ τοῦ αδγ τριγώνου,
ἴσην τῇ πρὸς τῷ β· καὶ ἔτι ἡ βα πρὸς τὴν αγ, ὑποτείνουσαι τὰς ὀρθάς· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ
αβδ τρίγωνον, τῷ αδγ τριγώνῳ· ἐὰν ἄρα ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

πόρισμα. Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος
ἀχθῇ, ἡ ἀχθεῖσα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων μέση ἀνάλογόν ἐστι· καὶ ἔτι τῆς βάσεως καὶ ἑνὸς
ὁποτερουοῦν τῶν τμημάτων, ἡ πρὸς τῷ τμήματι πλευρὰ μέση ἀνάλογόν ἐστιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

θ Τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν. ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, ἡ αβ. δεῖ δὴ τῆς
αβ τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν. ἐπιτετάχθω δὴ τὸ τρίτον. καὶ διήχθω τις ἀπὸ τοῦ α,
εὐθεῖα ἡ αγ. γωνίαν περιέχουσα μετὰ τῆς αβ τυχοῦσαν. καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς
αγ, τὸ δ. καὶ κείσθωσαν τῇ αδ ἴσαι, αἱ δε, εγ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βγ. καὶ διὰ τοῦ δ παράλληλος
αὐτῇ ἤχθω ἡ δζ. ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ αβγ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν βγ ἦκται ἡ δζ. ἀνά-
λογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ γδ πρὸς δα, οὕτως ἡ βζ πρὸς ζα. διπλῆ δὲ ἡ γδ τῆς δα· διπλῆ ἄρα καὶ ἡ
βζ τῆς ζα· τριπλῆ ἄρα ἡ βα τῆς ζα· τῆς ἄρα δοθείσης εὐθείας τῆς αβ, τὸ ἐπιταχθὲν τρίτον μέρος
ἀφῄρηται τὸ αζ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι: Ἄλλως. ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ. δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς αβ, τὸ προσ-
ταχθὲν μέρος ἀφελεῖν. ἐπιτετάχθω δὴ τὸ τρίτον. καὶ ἤχθωσαν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς
γωνίας, εὐθεῖαι αἱ αγ, βδ. καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς αγ τυχὸν σημεῖον, τὸ ε. καὶ κείσθω τῇ αε διπλῆ
ἡ δβ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αεζ τρίγωνον, τῷ ζδβ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ εα,
πρὸς τὴν αζ, οὕτως ἡ δβ πρὸς τὴν βζ. καὶ ἐναλλάξ. διπλῆ δέ ἐστιν ἡ βδ τῆς αε· διπλῆ ἄρα καὶ ἡ βζ
τῆς ζα. ὥστε τριπλῆ ἡ βα τῆς αζ. ἀφῄρηται ἄρα ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τῆς αβ, τὸ ἐπιταχθὲν τρίτον μέρος.
ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:

ι Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.
ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄτμητος, ἡ αβ· ἡ δὲ τετμημένη, ἡ αγ. κατὰ τὰ δ, ε σημεῖα. καὶ κείσθωσαν

ὥστε γωνίαν τυχοῦσαν περιέχειν· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ· καὶ διὰ τῶν Δ, Ε, τῇ ΒΓ
παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΔΖ, ΕΗ· διὰ δὲ τοῦ Δ, τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΘΚ·
παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΖΘ, ΘΒ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΔΘ τῇ ΖΗ,
ἡ δὲ ΘΚ, τῇ ΗΒ· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔΚΓ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΚΓ εὐθεῖα ἦκται ἡ ΘΕ,
ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ, οὕτως ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ· ἴση δὲ ἡ μὲν ΚΘ τῇ ΒΗ, ἡ δὲ ΘΔ,
τῇ ΗΖ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ, οὕτως ἡ ΒΗ πρὸς ΗΖ· πάλιν ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΗΕ παρὰ
μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΗΕ ἦκται ἡ ΖΔ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς
ΖΑ· ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ, οὕτως ἡ ΒΗ πρὸς ΗΖ· ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ἡ ΓΕ πρὸς ΕΔ, οὕτως ἡ
ΒΗ πρὸς ΗΖ· ὡς δὲ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΑ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΑ· ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα ἄτμητος ἡ ΑΒ τῇ
ια Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν· ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι ⌊ ὁμοίως τέτμηται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:–
δύο εὐθεῖαι, αἱ ΒΑ, ΑΓ· καὶ κείσθωσαν γωνίαν περιέχουσαι τυχοῦσαν· δεῖ δὴ τῶν ΒΑ, ΑΓ,
τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν· ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ αἱ ΑΒ, ΑΓ, ἐπὶ τὰ Δ, Ε σημεῖα· καὶ κείσθω
τῇ ΑΓ ἴση, ἡ ΒΔ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ· καὶ διὰ τοῦ Δ παράλληλος αὐτῇ ἤχθω ἡ ΔΕ· ἐπεὶ
οὖν τριγώνου τοῦ ΑΔΕ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΔΕ ἦκται ἡ ΒΓ, ἀνάλογόν ἐστιν
ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΔ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΕ· ἴση δὲ ἡ ΒΔ τῇ ΑΓ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν
ΑΓ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΕ· δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν, ἐξεύρηται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:–
ιβ Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν· ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι,
αἱ Α, Β, Γ· δεῖ δὴ τῶν Α, Β, Γ τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν· ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΕ,
ΔΖ, γωνίαν περιέχουσαι τυχοῦσαν, τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· καὶ κείσθω τῇ μὲν Α ἴση, ἡ ΔΗ· τῇ δὲ Β
ἴση ἡ ΗΕ· καὶ ἔτι τῇ Γ ἴση ἡ ΔΘ· καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς ΗΘ, παράλληλος
αὐτῇ ἤχθω διὰ τοῦ Ε, ἡ ΕΖ· ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΔΕΖ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν
τὴν ΕΖ, ἦκται ἡ ΗΘ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΗ πρὸς ΗΕ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ΘΖ· ἴση
δὲ ἡ μὲν ΔΗ, τῇ Α· ἡ δὲ ΗΕ, τῇ Β· ἡ δὲ ΔΘ τῇ Γ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β,
οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν ΘΖ· τριῶν ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν Α, Β, Γ, τετάρτη
ιγ ἀνάλογον προσηύρηται ἡ ΘΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:–
Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν· ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι, αἱ
ΑΒ, ΒΓ· δεῖ δὴ τῶν ΑΒ, ΒΓ μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν· κείσθωσαν ἐπ' εὐθείας· καὶ γεγράφθω
ἐπὶ τῆς ΑΓ ἡμικύκλιον τὸ ΑΔΓ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΔ·
καὶ ἐπεὶ ἐν ἡμικυκλίῳ γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΓ, ὀρθή ἐστι· ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ
τῷ ΑΔΓ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἦκται ἡ ΔΒ, ἡ ΔΒ ἄρα τῶν
τῆς βάσεως τμημάτων τῶν ΑΒ, ΒΓ, μέση ἀνάλογόν ἐστι· δύο ἄρα δοθεισῶν
ιδ εὐθειῶν τῶν ΑΒ, ΒΓ, μέση ἀνάλογον προσηύρηται ἡ ΔΒ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:–
Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν
αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν γωνίαν μιᾷ
γωνίᾳ ἴσην ἐχόντων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

ἔστω ἴσα παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒ, ΒΓ ἴσας ἔχοντα τὰς πρὸς τῷ Β γωνίας, καὶ κείσθωσαν
ἐπ' εὐθείας αἱ ΔΒ, ΒΕ· ἐπ' εὐθείας ἄρα εἰσὶ καὶ αἱ ΖΒ, ΒΗ. λέγω ὅτι τῶν ΑΒ, ΒΓ ἀντιπεπόνθασιν
αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· τουτέστιν ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ. συμ-
διὰ τὸ ζ΄ τοῦ ε΄ — πεπληρώσθω γὰρ τὸ ΖΕ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον
διὰ τὸ α΄ τοῦ ς΄ — τῷ ΒΓ παραλληλογράμμῳ, ἄλλο δέ τι τὸ ΖΕ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΖΕ, οὕτως τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΖΕ.
ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΖΕ, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ· ὡς δὲ τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΖΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ. καὶ ὡς
διὰ τὸ ια΄ τοῦ ε΄ — ἄρα ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ. τῶν ἄρα ΑΒ, ΒΓ παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν
αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ἀλλὰ δὴ ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας
γωνίας, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον
διὰ τὸ α΄ τοῦ ς΄ — τῷ ΒΓ παραλληλογράμμῳ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΔΒ
πρὸς ΒΕ, οὕτως τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΕ παραλληλόγραμμον· ὡς δὲ ἡ ΗΒ πρὸς ΒΖ, οὕτως
διὰ τὸ θ΄ τοῦ ε΄ — τὸ ΒΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΕ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΖΕ, οὕτως τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΖΕ. ἴσον ἄρα
ἐστὶ τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΒΓ παραλληλογράμμῳ. τῶν ἄρα ἴσων ἐν μίαν μιᾷ γωνίᾳ ἰσογωνίων,

ιε΄ — Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ … ἑξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:
πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν
αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα. ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΑΔΕ, μίαν μιᾷ ἴσην
ἔχοντα γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΔΑΕ. λέγω ὅτι τῶν ΑΒΓ, ΑΔΕ τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ
πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, τουτέστιν ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΒ. κεί-
σθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΓΑ τῇ ΑΔ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΕΑ τῇ ΑΒ. καὶ ἐπεζεύχθω
διὰ τὸ ζ΄ τοῦ ε΄ — ἡ ΒΔ. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΕ τριγώνῳ, ἄλλο δέ τι τὸ ΑΒΔ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ
ΒΑΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον. ἀλλ' ὡς
διὰ τὸ α΄ τοῦ ς΄ — μὲν τὸ ΓΑΒ πρὸς τὸ ΒΑΔ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ· ὡς δὲ τὸ ΕΑΔ πρὸς τὸ ΒΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς
τὴν ΑΒ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ. τῶν ΑΒΓ, ΑΔΕ ἄρα τριγώνων
ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ἀλλὰ δὴ ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ πλευραὶ
τῶν ΑΒΓ, ΑΔΕ τριγώνων, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς
ΑΒ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΕ τριγώνῳ. ἐπιζευχθείσης
γὰρ πάλιν τῆς ΒΔ, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΒ, ἀλλ'
ὡς μὲν ἡ ΓΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον·
διὰ τὸ ια΄ τοῦ ε΄ — ὡς δὲ ἡ ΕΑ πρὸς ΑΒ, οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον,
ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΑΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγω-
νον. ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΒΓ, ΕΑΔ πρὸς τὸ ΒΑΔ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον
τῷ ΕΑΔ τριγώνῳ. τῶν ἄρα ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων, καὶ τὰ ἑξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ις΄ — Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ
ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· κἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον
ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται. ἔστωσαν
τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον, αἱ ΑΒ, ΓΔ, Ε, Ζ, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ. λέγω ὅτι
τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, Ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ, Ε περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν Α, Γ σημείων ταῖς ΑΒ, ΓΔ εὐθείαις πρὸς ὀρθὰς αἱ ΑΗ, ΓΘ· καὶ κείσθω τῇ μὲν Ζ ἴση ἡ ΑΗ, τῇ δὲ Ε ἴση ἡ ΓΘ· καὶ συμπεπληρώσθωσαν τὰ ΒΗ, ΔΘ παραλληλόγραμμα. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ, ἴση δὲ ἡ μὲν Ε τῇ ΓΘ, ἡ δὲ Ζ τῇ ΑΗ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΑΗ· τῶν ΒΗ, ΔΘ ἄρα παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ὧν δὲ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΗ παραλληλόγραμμον τῷ ΔΘ παραλληλογράμμῳ. καί ἐστι τὸ μὲν ΒΗ, τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, Ζ· ἴση γὰρ ἡ ΑΗ τῇ Ζ· τὸ δὲ ΔΘ, τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ, Ε· ἴση γὰρ ἡ Ε τῇ ΓΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, Ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ, Ε περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, Ζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ, Ε περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· λέγω ὅτι αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, Ζ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΓΔ, Ε, καί ἐστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ, Ζ τὸ ΒΗ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΑΗ τῇ Ζ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, Ε τὸ ΔΘ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΓΘ τῇ Ε· τὸ ἄρα ΒΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΘ· καί ἐστιν ἰσογώνια. τῶν δὲ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΑΗ· ἴση δὲ ἡ μὲν ΓΘ, τῇ Ε· ἡ δὲ ΑΗ, τῇ Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ. ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ ἑξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

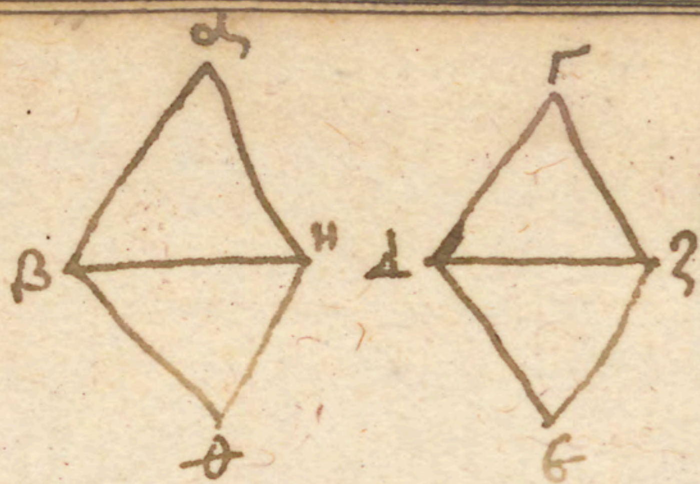
ιζ

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· κἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται. ἔστωσαν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον, αἱ Α, Β, Γ· ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ· λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β τετραγώνῳ. κείσθω τῇ Β ἴση ἡ Δ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ, ἴση δὲ ἡ Β τῇ Δ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, ἡ Δ πρὸς τὴν Γ. ἐὰν δὲ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Γ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν Β, Δ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν Β, Δ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β· ἴση γὰρ ἡ Β τῇ Δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Γ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β τετραγώνῳ. ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ, ἴσον ἔστω τῷ ἀπὸ τῆς Β· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β, ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς Β τὸ ὑπὸ τῶν Β, Δ ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ Β τῇ Δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Γ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν Β, Δ· ἐὰν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον εἰσίν· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Γ· ἴση δὲ ἡ Β τῇ Δ· ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὴν Β, ἡ Β πρὸς τὴν Γ. ἐὰν ἄρα τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ ἑξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

α β γ δ

ιη

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι. ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον, τὸ ΓΕ· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας, τῷ ΓΕ εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.



Ἐπεζεύχθω ἡ δζ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ αβ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς α, β, τῇ μὲν πρὸς τῷ γ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ηαβ, τῇ δὲ ὑπὸ γδζ ἴση ἡ ὑπὸ αβη· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ γζδ τῇ ὑπὸ αηβ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ζγδ τρίγωνον τῷ ηαβ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ζδ πρὸς τὴν ηβ, οὕτως ἡ ζγ πρὸς τὴν ηα, καὶ ἡ γδ πρὸς τὴν αβ. πάλιν συνεστάτω πρὸς τῇ βη εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς β, η, τῇ μὲν ὑπὸ δζε γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ βηθ, τῇ δὲ ὑπὸ ζδε ἴση ἡ ὑπὸ ηβθ· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ ε λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ θ ἐστὶν ἴσον· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ζδε τρίγωνον τῷ ηβθ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ζδ πρὸς τὴν ηβ, οὕτως ἡ ζε πρὸς τὴν ηθ, καὶ ἡ εδ πρὸς τὴν θβ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ζδ πρὸς τὴν ηβ, οὕτως ἡ ζγ πρὸς τὴν ηα, καὶ ἡ γδ πρὸς τὴν αβ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ζγ πρὸς τὴν αη, οὕτως ἡ γδ πρὸς τὴν αβ, καὶ ἡ ζε πρὸς τὴν ηθ, καὶ ἔτι ἡ εδ πρὸς τὴν θβ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ γζδ γωνία τῇ ὑπὸ αηβ, ἡ δὲ ὑπὸ δζε τῇ ὑπὸ βηθ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ γζε ὅλῃ τῇ ὑπὸ αηθ ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ γδε τῇ ὑπὸ αβθ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ μὲν πρὸς τῷ γ τῇ πρὸς τῷ α ἴση, ἡ δὲ πρὸς τῷ ε τῇ πρὸς τῷ θ· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αθ τῷ γε· καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας αὐτῶν πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ αθ εὐθύγραμμον τῷ γε εὐθυγράμμῳ. ἀπὸ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς αβ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ γε ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιθ

Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ἔστω ὅμοια τρίγωνα τὰ αβγ, δεζ ἴσην ἔχοντα τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν τῇ πρὸς τῷ ε· ὡς δὲ τὴν αβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως τὴν δε πρὸς τὴν εζ, ὥστε ὁμόλογον εἶναι τὴν βγ τῇ εζ· λέγω ὅτι τὸ αβγ τρίγωνον πρὸς τὸ δεζ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ βγ πρὸς τὴν εζ. εἰλήφθω γὰρ τῶν βγ, εζ τρίτη ἀνάλογον ἡ βη, ὥστε εἶναι ὡς τὴν βγ πρὸς τὴν εζ, οὕτως τὴν εζ πρὸς τὴν βη· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αη. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ αβ πρὸς βγ, οὕτως ἡ δε πρὸς εζ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ αβ πρὸς δε, οὕτως ἡ βγ πρὸς εζ. ἀλλ᾽ ὡς ἡ βγ πρὸς εζ, οὕτως ἐστὶν ἡ εζ πρὸς βη· καὶ ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς δε, οὕτως ἡ εζ πρὸς βη· τῶν αβη, δεζ ἄρα τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ὧν δὲ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ αβη τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ βγ πρὸς τὴν εζ, οὕτως ἡ εζ πρὸς τὴν βη· ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν δευτέραν, ἡ βγ ἄρα πρὸς τὴν βη διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ βγ πρὸς τὴν εζ. ὡς δὲ ἡ βγ πρὸς τὴν βη, οὕτως τὸ αβγ τρίγωνον πρὸς τὸ αβη τρίγωνον· καὶ τὸ αβγ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ αβη τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ βγ

πρὸς τὴν ΕΞ· ἴσον δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΞ τριγώνῳ· καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. τὰ ἄρα ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα, ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερόν ὅτι ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης τρίγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΗ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΗ τρίγωνον. τουτέστι τὸ ΔΕΖ.

Τὰ ὅμοια πολύγωνα, εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται. καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος. καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις. καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν. κ

ἔστω ὅμοια πολύγωνα τὰ ΑΒΓΔΕ· ΖΗΘΚΛ. ὁμόλογος δὲ ἔστω ἡ ΑΒ τῇ ΖΗ. λέγω ὅτι τὰ ΑΒΓΔΕ· ΖΗΘΚΛ πολύγωνα, εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται εἰς ἴσα τὸ πλῆθος. καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις. καὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον πρὸς ΖΗΘΚΛ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς ΖΗ. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ ΕΓ. ΗΛ ΛΘ. καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον τῷ ΖΗΘΚΛ πολυγώνῳ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΛ καί ἐστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΛ. ἐπεὶ οὖν δύο τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΕ· ΖΗΛ. μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα. περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΖΗΛ τριγώνῳ· ὥστε καὶ ὅμοιον. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΗΛ. ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ ΑΒΓ. ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΖΗΘ ἴση. διὰ τὴν τῶν πολυγώνων ὁμοιότητα. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΒΓ. λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΛΗΘ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΕ. ΖΗΛ τριγώνων, ἐστὶν ὡς ἡ ΕΒ πρὸς ΒΑ, οὕτως ἡ ΛΗ πρὸς ΗΖ. ἀλλὰ μὴν καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων. ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ. οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΘ, δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΛΗ πρὸς ΗΘ. καὶ περὶ τὰς ἴσας γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΒΓ. ΛΗΘ, αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓ τρίγωνον, τῷ ΛΗΘ τριγώνῳ. ~~[illegible] ὥστε καὶ ὅμοιον.~~ διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΓΔ τρίγωνον ὅμοιόν ἐστι τῷ ΛΘΚ τριγώνῳ. τὰ ἄρα ὅμοια πολύγωνα τὰ ΑΒΓΔΕ. ΖΗΘΚΛ, εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διῄρηται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος. λέγω ὅτι καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις. τουτέστιν ὥστε ἀνάλογον εἶναι τὰ τρίγωνα. καὶ ἡγούμενα μὲν εἶναι τὰ ΑΒΕ· ΕΒΓ· ΕΓΔ. ἑπόμενα δὲ αὐτῶν τὰ ΖΗΛ. ΛΗΘ. ΛΘΚ. καὶ ὅτι τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον, διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν. τουτέστιν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΓ, ΖΘ. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΗΘ. καί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς τὴν ΗΘ, ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τῷ ΖΗΘ τριγώνῳ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΘ. ἡ δὲ ὑπὸ ΒΓΑ, τῇ ὑπὸ ΗΘΖ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΜ, τῇ ὑπὸ ΗΖΝ ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΜ τῇ ὑπὸ ΖΗΝ ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΜΒ

Α Ε Β Μ Δ Γ — Ζ Λ Η Ν Κ Θ

ξς λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΘΖΗ ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΜ τρίγωνον τῷ ΖΗΝ τριγώνῳ·
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τὸ ΒΜΓ τρίγωνον ἰσογώνιόν ἐστι τῷ ΗΝΘ τριγώνῳ. ἀνάλογον
ἄρα ἐστὶν ὡς μὲν ἡ ΑΜ πρὸς ΜΒ, οὕτως ἡ ΖΝ πρὸς ΝΗ· ὡς δὲ ἡ ΒΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως ἡ ΗΝ
ξκβγθ πρὸς ΝΘ· ὥστε καὶ δι' ἴσου ὡς ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως ἡ ΖΝ πρὸς ΝΘ· ἀλλ' ὡς ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ,
οὕτως τὸ ΑΒΜ πρὸς τὸ ΜΒΓ, καὶ τὸ ΑΜΕ πρὸς τὸ ΕΜΓ· πρὸς ἄλληλα γάρ εἰσιν ὡς αἱ βάσεις·
καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα
ξς τὰ ἑπόμενα· ὡς ἄρα τὸ ΑΜΒ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΜΓ, οὕτως τὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ ΓΒΕ· ἀλλ' ὡς τὸ ΓΒΕ
ξλβγθ ΑΜΒ πρὸς τὸ ΒΜΓ, οὕτως ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως τὸ ΑΒΕ τρίγωνον
πρὸς τὸ ΕΒΓ τρίγωνον· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ ΖΝ πρὸς ΝΘ, οὕτως τὸ ΖΗΛ τρίγωνον πρὸς τὸ
ΗΛΘ τρίγωνον· καί ἐστιν ὡς ἡ ΑΜ πρὸς τὴν ΜΓ, οὕτως ἡ ΖΝ πρὸς τὴν ΝΘ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΕ τρί-
γωνον πρὸς τὸ ΒΕΓ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΖΗΛ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον· καὶ ἐναλλὰξ
ἐπὶ ΒΕΓ ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον·
ὁμοίως δὴ δείξομεν ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΒΔ, ΗΚ, ὅτι καὶ ὡς τὸ ΕΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΗΘ
τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΓΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΘΚ τρίγωνον· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον
πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΒΓ πρὸς τὸ ΛΗΘ, καὶ ἔτι τὸ ΕΓΔ πρὸς τὸ ΛΘΚ, καὶ ὡς ἄρα ἓν
τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα·
ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον πρὸς τὸ
ΖΗΘΚΛ πολύγωνον· ἀλλὰ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει
ἤπερ ἡ ΑΒ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ΖΗ ὁμόλογον πλευράν· τὰ γὰρ ὅμοια τρίγωνα ἐν δι-
πλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν· καὶ τὸ ΑΒΓΔΕ ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύ-
γωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ΖΗ ὁμόλογον πλευράν·
τὰ ἄρα ὅμοια πολύγωνα εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμό-
λογα τοῖς ὅλοις· καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ
ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι: Ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν
ὁμοίων τετραπλεύρων δειχθήσεται ὅτι ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν·
ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῶν τριγώνων· ὥστε καὶ καθόλου τὰ ὅμοια εὐθύγραμμα σχήματα πρὸς
ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν· καὶ ἐὰν τῶν ΑΒ, ΖΗ τρίτην ἀνά-
λογον λάβωμεν τὴν Ξ, ἡ ΒΑ πρὸς τὴν Ξ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΖΗ·
ἔχει δὲ καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον καὶ τὸ τετράπλευρον πρὸς τὸ τετράπλευρον,
διπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον· τουτέστιν ἡ ΑΒ πρὸς
τὴν ΖΗ· ἐδείχθη δὲ τοῦτο καὶ ἐπὶ τῶν τριγώνων· ὥστε καὶ καθόλου φανερόν, ὅτι ἐὰν τρεῖς πρὸς
εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης
νς δη. εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον: Δείξομεν δὲ
καὶ ἑτέρως προχειρότερον, ὁμογενῆ τὰ τρίγωνα· ἐκκείσθω γὰρ πάλιν τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ
πολύγωνα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ, ΕΓ, ΗΛ, ΛΘ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον

διὰ τὸν ὁρισμὸν τοῦ ε· ὅτι τριῶν μεγεθῶν ἀναλόγων ὄντων τὸ α πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον:

Τουτέστι τὸ μῆκος διπλάσιον, δυνάμει τετραπλάσιον· ἀντὶ τοῦ διπλάσιον λόγον πρὸς ἄλληλα τοιούτων δή ἐστιν εὐθυγράμμων σχημάτων ἐκ τοῦ αὐτοῦ· τουτέστιν ὁμοίων εὐθυγράμμων σχημάτων, διπλάσιον λόγον πρὸς ἄλληλα· τουτέστι τετραπλάσιον· εἰ δὲ ὁμοίως καὶ τὰ ἄλλα· τουτέστι τὰ μήκη τριπλάσια, δυνάμει ἐννεαπλάσια· ἔχουσι γὰρ τριπλάσιον λόγον οὐ πρὸς ἄλληλα τῶν ὁμοίων εὐθυγράμμων· ὁμοίως καὶ τὰ μήκη τετραπλάσια, δυνάμει δεκαεξαπλάσια· ἔχουσι γὰρ τετράκις τετραπλασίονα λόγον :+

† διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΘΛ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΗΘ, οὕτως τὸ ΓΕΔ πρὸς τὸ ΛΘΚ.

πρὸς τὸ ΖΗΛ, οὕτως τὸ ΕΒΓ πρὸς τὸ ΛΗΘ· καὶ τὸ ΓΔΕ πρὸς τὸ ΘΚΛ. ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΖΗΛ τριγώνῳ, τὸ ΑΒΕ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΗΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΗΛ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον. πάλιν ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΒΓ τρίγωνον τῷ ΛΗΘ τριγώνῳ, τὸ ΕΒΓ ἄρα πρὸς τὸ ΛΗΘ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΘΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΓΔ πρὸς τὸ ΛΘΚ† ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ ΕΒΓ πρὸς τὸ ΛΗΘ, οὕτως τὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ ΖΗΛ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ ΖΗΛ, οὕτως τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ, καὶ τὸ ΕΓΔ πρὸς τὸ ΛΘΚ· καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· καὶ τὰ λοιπά, ὡς ἐν τῇ προτέρᾳ δείξει. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια. ἔστω γὰρ ἑκάτερον τῶν Α, Β, τῷ Γ ὅμοιον. λέγω ὅτι καὶ τὸ Α τῷ Β ἐστὶν ὅμοιον. ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ Α τῷ Γ, ἰσογώνιόν τέ ἐστιν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. πάλιν ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ Β τῷ Γ, ἰσογώνιόν τέ ἐστιν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ἑκάτερον ἄρα τῶν Α, Β τῷ Γ ἰσογώνιόν τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὥστε καὶ τὸ Α τῷ Β ἰσογώνιόν τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευράς, ἀνάλογον ἔχει. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ Α τῷ Β. τὰ τῷ αὐτῷ ἄρα εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Α Γ Β

κβ

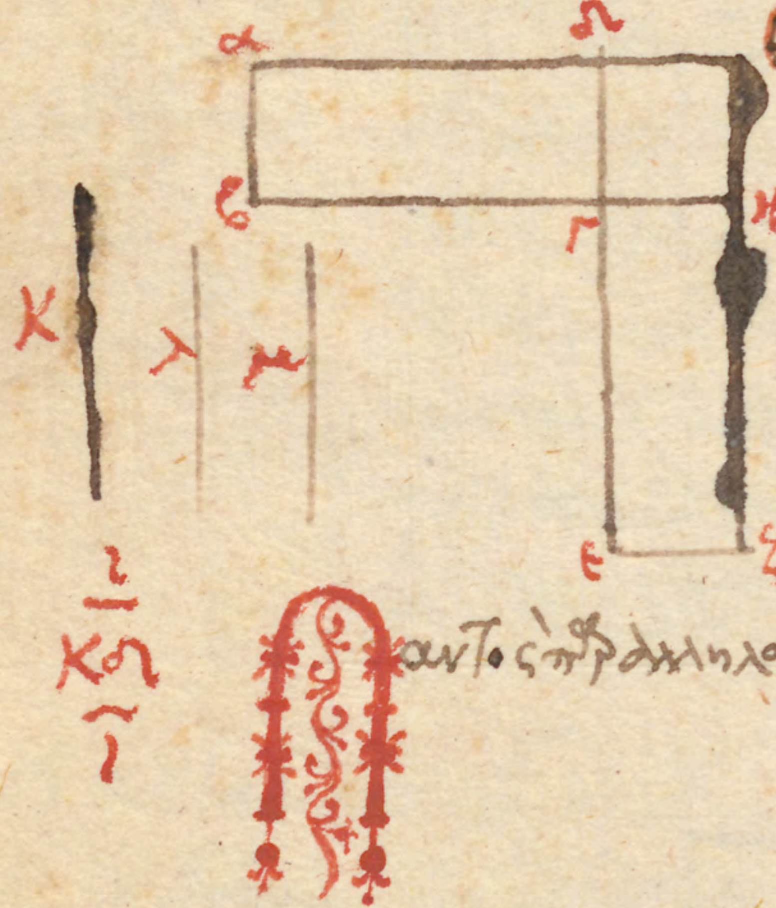
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται· κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται. ἔστωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ· ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ· καὶ ἀναγεγράφθωσαν ἀπὸ μὲν τῶν ΑΒ, ΓΔ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα, τὰ ΚΑΒ, ΛΓΔ· ἀπὸ δὲ τῶν ΕΖ, ΗΘ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα, τὰ ΜΖ, ΝΘ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ. εἰλήφθω γὰρ τῶν ΑΒ, ΓΔ τρίτη ἀνάλογον ἡ Ξ· τῶν δὲ ΕΖ, ΗΘ τρίτη ἀνάλογον ἡ Ο· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ· ὡς δὲ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν Ξ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν Ο, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Ξ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν Ο. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Ξ, οὕτως τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ· ὡς δὲ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν Ο, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ· ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ· λέγω ὅτι καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. γεγονέτω γὰρ ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΠΡ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΠΡ ὁποτέρῳ τῶν ΜΖ, ΝΘ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον τὸ ΣΡ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΠΡ· καὶ ἀναγέγραπται ἀπὸ μὲν τῶν ΑΒ, ΓΔ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ ΚΑΒ, ΛΓΔ· ἀπὸ δὲ τῶν ΕΖ, ΠΡ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα

Κ Λ Μ Ν Σ
Α Β Γ Δ Ξ Ε Ζ Η Θ Ο Π Ρ

τὰ ΜΖ, ΣΡ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΣΡ. ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΣΡ, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ. τὸ ΜΖ ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν ΝΘ, ΣΡ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα τὸ ΝΘ τῷ ΣΡ. ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον· ἴση ἄρα ἡ ΗΘ τῇ ΠΡ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΠΡ, ἴση δὲ ἡ ΠΡ τῇ ΗΘ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ᾽ αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἐφεξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Λῆμμα. Ὅτι δὲ ἐὰν εὐθύγραμμα ἴσα ᾖ καὶ ὅμοια, αἱ ὁμόλογοι αὐτῶν πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, δείξομεν οὕτως. ἔστω ἴσα καὶ ὅμοια εὐθύγραμμα τὰ ΝΘ, ΣΡ, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΘΗ πρὸς τὴν ΗΝ, οὕτως ἡ ΡΠ πρὸς τὴν ΠΣ· λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΡΠ τῇ ΗΘ. εἰ γὰρ ἄνισοί εἰσι, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΡΠ τῆς ΘΗ. μείζων ἄρα ἡ ΠΣ τῆς ΗΝ. ὥστε καὶ τὸ ΡΣ μεῖζόν ἐστι τοῦ ΘΝ. ἀλλὰ καὶ ἴσον· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΠΡ τῇ ΗΘ· ἴση ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. ἔστω ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ ΑΓ, ΓΖ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΓΗ· λέγω ὅτι τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν, τοῦ τε ὃν ἔχει ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ. κείσθω γὰρ ὥστε ἐπ᾽ εὐθείας εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΓΗ· ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΓ τῇ ΓΕ. καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον, καὶ ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ Κ, καὶ γεγονέτω ὡς μὲν ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ Κ πρὸς τὴν Λ, ὡς δὲ ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ Λ πρὸς τὴν Μ. οἱ ἄρα λόγοι τῆς τε Κ πρὸς τὴν Λ καὶ τῆς Λ πρὸς τὴν Μ οἱ αὐτοί εἰσι τοῖς λόγοις τῶν πλευρῶν, τῆς τε ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ καὶ τῆς ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ. ἀλλ᾽ ὁ τῆς Κ πρὸς Μ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς Κ πρὸς Λ λόγου καὶ τοῦ τῆς Λ πρὸς Μ· ὥστε καὶ ἡ Κ πρὸς τὴν Μ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΘ, ἀλλ᾽ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ Κ πρὸς τὴν Λ, καὶ ὡς ἄρα ἡ Κ πρὸς τὴν Λ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΘ. πάλιν, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ, ἀλλ᾽ ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ Λ πρὸς τὴν Μ, καὶ ὡς ἄρα ἡ Λ πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ Κ πρὸς τὴν Λ, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον



πρὸς τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον, ὡς δὲ ἡ Λ πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον, δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Κ πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον. ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Μ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς τὸ ΓΖ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. τὰ ἄρα ἰσογώνια παραλληλόγραμμα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ

ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις. ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ αβγδ· διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ αγ· περὶ
δὲ τὴν αγ, παραλληλόγραμμα ἔστω τὰ κθ· εη· λέγω ὅτι ἑκάτερον τῶν εη· θκ παραλληλο- δι' τὸ β' τοῦ ς'
γράμμων, ὅμοιόν ἐστιν ὅλῳ τῷ αβγδ· καὶ ἀλλήλοις. ἐπεὶ γὰρ τριγώνου τοῦ αβγ· παρὰ μίαν τῶν
πλευρῶν τὴν βγ· ἦκται ἡ εζ, ἀνάλογόν ἐστιν· ὡς ἡ βε πρὸς τὴν εα, οὕτως ἡ γζ πρὸς τὴν ζα·
πάλιν ἐπεὶ τριγώνου τοῦ αγδ· παρὰ μίαν τὴν γδ· ἦκται ἡ ζη, ἀνάλογόν ἐστιν· ὡς ἡ γζ πρὸς τὴν ζα,
οὕτως ἡ δη πρὸς τὴν ηα· ἀλλ' ὡς ἡ γζ πρὸς τὴν ζα, οὕτως ἐδείχθη καὶ ἡ βε πρὸς τὴν εα· καὶ ὡς δι' τὸ ια' τοῦ ε'
ἄρα ἡ βε πρὸς τὴν εα, οὕτως ἡ δη πρὸς ηα· καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ βα πρὸς αε, ἡ δα πρὸς
αη· καὶ ἐναλλάξ· ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν αδ, οὕτως ἡ εα πρὸς τὴν αη· τῶν ἄρα αβγδ εη παραλλη- δι' τὸ ιη' τοῦ ε'
λογράμμων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὴν κοινὴν γωνίαν τὴν ὑπὸ βαδ· καὶ ἐπεὶ παράλλη-
λός ἐστιν ἡ ηζ τῇ δγ, ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ αηζ γωνία, τῇ ὑπὸ αδγ· ἡ δὲ ὑπὸ ηζα, τῇ ὑπὸ
δγα· καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τῶν αδγ· αζη, ἡ ὑπὸ δαγ· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ δαγ τρίγωνον,
τῷ αηζ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ αβγ τρίγωνον ἰσογώνιόν ἐστι τῷ αζε τριγώνῳ· καὶ
ὅλον τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον τῷ εη παραλληλογράμμῳ, ἰσογώνιόν ἐστιν· ἀνάλογον ἄρα
ἐστίν· ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν δγ, οὕτως ἡ αη πρὸς τὴν ηζ· ὡς δὲ ἡ δγ πρὸς τὴν γα, οὕτως
ἡ ηζ πρὸς τὴν ζα· ὡς δὲ ἡ αγ πρὸς τὴν γβ, οὕτως ἡ αζ πρὸς τὴν ζε· καὶ ἔτι ὡς ἡ γβ πρὸς
δι' τὸ κβ' τοῦ α' τὴν βα, οὕτως ἡ ζε πρὸς τὴν εα· καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ δγ πρὸς τὴν γα, οὕτως
ἡ ηζ πρὸς τὴν ζα· ὡς δὲ ἡ αγ πρὸς τὴν γβ, οὕτως ἡ αζ πρὸς τὴν ζε, δι' ἴσου ἄρα ἐστίν·
δι' τὸ κβ' τοῦ ε' ὡς ἡ δγ πρὸς τὴν γβ, οὕτως ἡ ηζ πρὸς τὴν ζε· τῶν ἄρα αβγδ εη παραλληλογράμμων,
ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον,
τῷ εη παραλληλογράμμῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον, καὶ τῷ θκ παραλληλογρα- ὅμοιόν ἐστιν· ἑκάτερον ἄρα τῶν ηε· θκ παραλληλογράμμων τῷ
παραλληλογράμμῳ ὅμοιόν ἐστι· τὰ δὲ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια·
δι' τὸ κα' τοῦ ς' τὸ εη ἄρα παραλληλόγραμμον, τῷ θκ παραλληλογράμμῳ ὅμοιόν ἐστι. παντὸς ἄρα παραλλη-
λογράμμου, τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι τῷ ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· ὅπερ
Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον, τὸ αὐτὸ συστήσασθαι. ἔδει δεῖξαι:–
ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον ᾧ δεῖ ὅμοιον συστήσασθαι, τὸ αβγ· ᾧ δὲ δεῖ ἴσον, τὸ δ·
δεῖ δὴ τῷ μὲν αβγ ὅμοιον, τῷ δὲ δ ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι· παραβεβλήσθω γὰρ, παρὰ μὲν δι' τὸ μδ' τοῦ α'
τὴν βγ, τῷ αβγ τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ βε· παρὰ δὲ τὴν γε, τῷ δ ἴσον παρα-
λληλόγραμμον τὸ γμ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζγε, ἥ ἐστιν ἴση τῇ ὑπὸ γβλ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν
δι' τὸ ιδ' τοῦ α' ἡ μὲν βγ τῇ γζ· ἡ δὲ λε τῇ εμ· καὶ εἰλήφθω τῶν βγ· γζ, μέση ἀνάλογον ἡ ηθ· καὶ ἀνα- δι' τὸ ιγ' τοῦ ς'
δι' τὸ ιη' τοῦ ς' γεγράφθω ἀπὸ τῆς ηθ, τῷ αβγ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον· τὸ κηθ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς δι' τὸ ιη' τοῦ ς'
ἡ βγ πρὸς τὴν ηθ, οὕτως ἡ ηθ πρὸς τὴν γζ· ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ
πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· τὸ ὅμοιον
καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βγ πρὸς τὴν γζ, οὕτως τὸ αβγ τρίγωνον, πρὸς
τὸ κηθ τρίγωνον· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ βγ πρὸς τὴν γζ, οὕτως τὸ βε παραλληλόγραμμον, πρὸς δι' τὸ α' τοῦ ς'
τὸ εζ παραλληλόγραμμον· καὶ ὡς ἄρα τὸ αβγ τρίγωνον πρὸς τὸ κηθ τρίγωνον, οὕτω

τὸ βε παραλληλόγραμμον, πρὸς τὸ εζ παραλληλόγραμμον· ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ αβγ δ πρὸς τὸ εβ παραλληλόγραμμον, οὕτως τὸ κηθ τρίγωνον πρὸς τὸ εζ παραλληλόγραμμον. ἴσον δὲ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ βε παραλληλογράμμῳ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ κηθ τρίγωνον τῷ εζ παραλληλογράμμῳ. ἀλλὰ τὸ εζ παραλληλόγραμμον τῷ δ ἐστὶν ἴσον. καὶ τὸ κηθ ἄρα τῷ δ ἐστὶν ἴσον. ἔστι δὲ τὸ κηθ καὶ τῷ αβγ ὅμοιον· τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ αβγ ὅμοιον καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι τῷ δ ἴσον τὸ αὐτὸ συνέσταται τὸ κηθ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

κϛ

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Ἀπὸ γὰρ παραλληλογράμμου τοῦ αβγδ, παραλληλόγραμμον ἀφῃρήσθω τὸ αζ ὅμοιον τῷ αβγδ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ τὴν ὑπὸ δαβ. λέγω ὅτι περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ αβγδ, τὸ αζ. μὴ γὰρ ἀλλ᾽ εἰ δυνατόν, ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ αθγ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ θ ὁποτέρᾳ τῶν αδ βγ παράλληλος ἡ θκ. ἐπεὶ οὖν περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τὸ αβγδ τῷ κη, ὅμοιόν ἐστι τὸ αβγδ τῷ κη. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ δα πρὸς τὴν αβ, οὕτως ἡ ηα πρὸς τὴν ακ. ἔστι δὲ καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν αβγδ εη, ὡς ἡ δα πρὸς τὴν αβ, οὕτως ἡ ηα πρὸς τὴν αε. καὶ ὡς ἄρα ἡ ηα πρὸς τὴν αε, οὕτως ἡ ηα πρὸς τὴν ακ. ἡ ηα ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν ακ αε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ακ τῇ αε ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οὐκ ἔστι περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον τὸ αβγδ τῷ αζ. περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα ἐστὶ διάμετρον τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον τῷ αζ παραλληλογράμμῳ. ἐὰν ἄρα ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον, καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

κζ

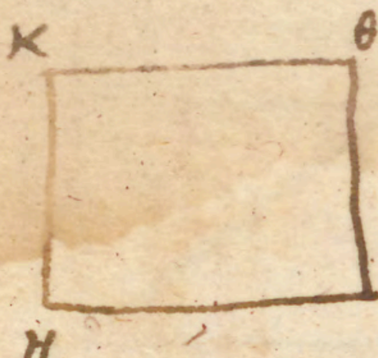
Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

Ἔστω εὐθεῖα ἡ αβ, καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ γ, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν αβ εὐθεῖαν τὸ αδ παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ δβ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφέντι τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ, τουτέστι τῆς γβ. λέγω ὅτι πάντων τῶν παρὰ τὴν αβ παραβαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ δβ, μέγιστόν ἐστι τὸ αδ. παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ τὴν αβ εὐθεῖαν τὸ αζ παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ζβ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ δβ. λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ αδ τοῦ αζ. ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ δβ παραλληλόγραμμον τῷ ζβ παραλληλογράμμῳ, περὶ τὴν αὐτήν εἰσι διάμετρον. ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ δβ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ γζ τῷ ζε, κοινὸν προσκείσθω τὸ ζβ. ὅλον ἄρα τὸ γθ ὅλῳ τῷ κε ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ γθ τῷ γη ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ ἡ αγ τῇ γβ. καὶ τὸ ηγ ἄρα τῷ κε ἐστὶν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ γζ. ὅλον ἄρα τὸ αζ τῷ λμν γνώμονί ἐστιν ἴσον. ὥστε τὸ δβ παραλληλόγραμμον, τουτέστι τὸ αδ, τοῦ αζ παραλληλογράμμου μεῖζόν ἐστι. πάντων ἄρα τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων, καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

Ἔστω δὴ πάλιν ἡ ΑΒ τμηθεῖσα δίχα κατὰ τὸ Γ· καὶ παραβληθὲν τὸ ΑΔ ἐλλεῖπον εἴδει τῷ ΔΒ· καὶ παραβεβλήσθω πάλιν παρὰ τὴν ΑΒ τὸ ΑΕ παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον τῷ ΕΒ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῷ ΔΒ. λέγω ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβληθὲν τὸ ΑΔ τοῦ ΑΕ. ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΒ τῷ ΔΒ, περὶ τὴν αὐτήν εἰσι διάμετρον. ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΕΒ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΛΖ τῷ ΛΘ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΗΘ, μεῖζον ἄρα τὸ ΛΖ τοῦ ΚΕ. ἴσον δὲ τὸ ΛΖ τῷ ΔΛ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΔΛ τοῦ ΕΚ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΚΔ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΛ ὅλου τοῦ ΑΕ μεῖζόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι· δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν. ἔστω μὲν ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον ᾧ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν ΑΒ παραβαλεῖν τὸ Γ, μὴ μεῖζον ὂν τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων· ᾧ δὲ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν τὸ Δ· δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ. τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΕΒ τῷ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ΕΒΖΗ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΑΗ παραλληλόγραμμον. τὸ δὴ ΑΗ ἤτοι ἴσον ἐστὶ τῷ Γ, ἢ μεῖζον αὐτοῦ διὰ τὸν διορισμόν. εἰ μὲν οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ Γ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· παραβέβληται γὰρ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΑΗ ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ΗΒ ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ. εἰ δὲ οὔ, μεῖζόν ἐστω τὸ ΘΕ τοῦ Γ. ἴσον δέ ἐστι τὸ ΘΕ τῷ ΗΒ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΗΒ τοῦ Γ. ᾧ δὴ μεῖζόν ἐστι τὸ ΗΒ τοῦ Γ, ταύτῃ τῇ ὑπεροχῇ ἴσον, τῷ δὲ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω τὸ ΚΛΜΝ. ἀλλὰ τὸ Δ τῷ ΗΒ ἐστιν ὅμοιον· καὶ τὸ ΚΜ ἄρα τῷ ΗΒ ἐστιν ὅμοιον. ἔστω οὖν ὁμόλογος ἡ μὲν ΚΛ τῇ ΗΕ, ἡ δὲ ΛΜ τῇ ΗΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΒ τοῖς Γ, ΚΜ, μεῖζον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΗΒ τοῦ ΚΜ· μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν ΗΕ τῆς ΚΛ, ἡ δὲ ΗΖ τῆς ΛΜ. κείσθω τῇ μὲν ΚΛ ἴση ἡ ΗΞ, τῇ δὲ ΛΜ ἴση ἡ ΗΟ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΞΗΟΠ παραλληλόγραμμον· ἴσον ἄρα καὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΗΠ τῷ ΚΜ. ἀλλὰ τὸ ΚΜ τῷ ΗΒ ὅμοιόν ἐστι· καὶ τὸ ΗΠ ἄρα τῷ ΗΒ ὅμοιόν ἐστι· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν ἐστι τὸ ΗΠ τῷ ΗΒ. ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΗΠΒ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΗ τοῖς Γ, ΚΜ, ὧν τὸ ΗΠ τῷ ΚΜ ἐστιν ἴσον, λοιπὸς ἄρα ὁ ΥΧΦ γνώμων λοιπῷ τῷ Γ ἴσος ἐστί. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΟΡ τῷ ΞΣ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΠΒ· ὅλον ἄρα τὸ ΟΒ ὅλῳ τῷ ΞΒ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΞΒ τῷ ΤΕ ἐστιν ἴσον, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ ΑΕ πλευρᾷ τῇ ΕΒ ἐστιν ἴση· καὶ τὸ ΤΕ ἄρα τῷ ΟΒ ἐστιν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΞΣ· ὅλον ἄρα τὸ ΤΣ ὅλῳ τῷ ΦΧΥ γνώμονί ἐστιν ἴσον. ἀλλ' ὁ ΦΧΥ γνώμων τῷ Γ ἐδείχθη ἴσος· καὶ τὸ ΤΣ ἄρα τῷ Γ ἐστιν ἴσον. παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΣΤ ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ΠΒ ὁμοίῳ ὄντι τῷ Δ, ἐπειδήπερ τὸ ΠΒ τῷ ΗΠ ὅμοιόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



κθ Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι. ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον ᾧ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν, τὸ γ, ᾧ δὲ δεῖ ὅμοιον ὑπερβάλλειν, τὸ δ. δεῖ δὴ παρὰ τὴν αβ εὐθεῖαν τῷ γ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δ. τετμήσθω ἡ αβ δίχα κατὰ τὸ ε· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς εβ τῷ δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον παραλληλόγραμμον τὸ βζ· καὶ συναμφοτέροις μὲν τοῖς βζ, γ ἴσον, τῷ δὲ δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω τὸ ηθ· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ηθ τῷ βζ. ὁμόλογος δὲ ἔστω ἡ μὲν κθ τῇ ζλ, ἡ δὲ κη τῇ ζε. καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ηθ τοῦ ζβ, μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν κθ τῆς ζλ, ἡ δὲ κη τῆς ζε. ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ζλ, ζε, καὶ τῇ μὲν κθ ἴση ἔστω ἡ ζλμ, τῇ δὲ κη ἴση ἡ ζεν, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ μν· τὸ μν ἄρα τῷ ηθ ἴσον τέ ἐστι καὶ ὅμοιον. ἀλλὰ τὸ ηθ τῷ ελ ἐστὶν ὅμοιον· καὶ τὸ μν ἄρα τῷ ελ ὅμοιόν ἐστι· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν ἐστι τὸ ελ τῷ μν. ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ ζξ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ηθ τοῖς ελ, γ, ἀλλὰ τὸ ηθ τῷ μν ἴσον ἐστί, καὶ τὸ μν ἄρα τοῖς ελ, γ ἴσον ἐστί. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ελ· λοιπὸς ἄρα ὁ ψχφ γνώμων τῷ γ ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αε τῇ εβ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ αν τῷ νβ, τουτέστι τῷ λο. κοινὸν προσκείσθω τὸ εξ· ὅλον ἄρα τὸ αξ ἴσον ἐστὶ τῷ φχψ γνώμονι. ἀλλὰ ὁ φχψ γνώμων τῷ γ ἴσος ἐστί· καὶ τὸ αξ ἄρα τῷ γ ἴσον ἐστί. παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν αβ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ αξ, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ πο, ὁμοίῳ ὄντι τῷ δ, ἐπεὶ καὶ τῷ ελ ἐστὶν ὅμοιον τὸ οπ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:–

λ Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν. ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ αβ· δεῖ δὴ τὴν αβ εὐθεῖαν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν. ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον τὸ βγ, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν αγ τῷ βγ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ γδ, ὑπερβάλλον εἴδει τῷ αδ ὁμοίῳ τῷ βγ. τετράγωνον δέ ἐστι τὸ βγ· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ αδ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ βγ τῷ γδ, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ γε· λοιπὸν ἄρα τὸ βζ λοιπῷ τῷ αδ ἐστὶν ἴσον. ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ἰσογώνιον· τῶν βζ, αδ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ζε πρὸς τὴν εδ, οὕτως ἡ αε πρὸς τὴν εβ. ἴση δὲ ἡ μὲν ζε τῇ αγ, τουτέστι τῇ αβ, ἡ δὲ εδ τῇ αε. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βα πρὸς τὴν αε, οὕτως ἡ αε πρὸς τὴν εβ. μείζων δὲ ἡ αβ τῆς αε· μείζων ἄρα καὶ ἡ αε τῆς εβ. ἡ ἄρα αβ εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ ε, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστι τὸ αε· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:– Ἄλλως. Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ· δεῖ δὴ τὴν αβ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν. τετμήσθω γὰρ ἡ αβ κατὰ τὸ γ, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς γα τετραγώνῳ. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γα, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βα πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν γβ· ἡ αβ ἄρα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ γ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:–

διὰ ιη΄ τοῦ ς΄

διὰ κε΄ τοῦ ς΄

διὰ κα΄ τοῦ ς΄

διὰ πόρισμα

διὰ κς΄ τοῦ ς΄

διὰ λς΄ καὶ μγ΄ τοῦ α΄

διὰ κθ΄ τοῦ ς΄

διὰ κατασκευῆς τοῦ μς΄ τοῦ α΄

διὰ ιδ΄ τοῦ ς΄

διὰ ιζ΄ τοῦ ς΄

διὰ ιζ΄ τοῦ ς΄

λα

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτει-
νούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι
τοῖς ὁμοίοις καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις. ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ αβγ ὀρθὴν
ἔχον τὴν ὑπὸ βαγ γωνίαν· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς βγ εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν βα, αγ εἴδεσι
τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις. ἤχθω κάθετος ἡ αδ. ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίῳ
τριγώνῳ τῷ αβγ ἀπὸ τῆς πρὸς τῷ α ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βγ βάσιν κάθετος ἦκται ἡ αδ,
τὰ αβδ, αδγ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ ὅλῳ τῷ αβγ, καὶ ἀλλήλοις. καὶ ἐπεὶ
ὅμοιόν ἐστι τὸ αβγ τῷ αβδ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ γβ πρὸς τὴν βα, οὕτως ἡ αβ πρὸς τὴν βδ. καὶ
ἐπεὶ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώ-
της εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, τὸ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. ὡς ἄρα ἡ γβ πρὸς τὴν
βδ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς γβ εἶδος, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βα, τὸ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ βγ πρὸς τὴν γδ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς βγ εἶδος, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γα. ὥστε
καὶ ὡς ἡ βγ πρὸς τὰς βδ, δγ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς βγ εἶδος, πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν βα, αγ, τὰ ὅμοια
καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα. ἴση δὲ ἡ βγ ταῖς βδ, δγ. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς βγ εἶδος, τοῖς ἀπὸ
τῶν βα, αγ εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις. ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις [illegible]
ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ἄλλως. Ἐπεὶ τὰ ὅμοια σχήματα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁ-
μολόγων πλευρῶν, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς βγ εἶδος, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βα εἶδος, διπλασίονα
λόγον ἔχει ἤπερ ἡ βγ πρὸς τὴν βα. ἔχει δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βα
τετράγωνον, διπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ γβ πρὸς τὴν βα. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς γβ εἶδος, πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς βα εἶδος, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βα τετράγωνον.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς βγ εἶδος, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γα εἶδος, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς
βγ τετράγωνον, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γα τετράγωνον. ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς βγ εἶδος
πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν βα, αγ εἴδη, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον, πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν
βα, αγ τετράγωνα. ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον, τοῖς ἀπὸ τῶν βα, αγ τετραγώνοις·
ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς βγ εἶδος, τοῖς ἀπὸ τῶν βα, αγ εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

λβ

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνά-
λογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων
πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται. ἔστω δύο τρίγωνα τὰ αβγ, δγε. τὰς δύο πλευρὰς τὰς βα, αγ
ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς δγ, δε, ἀνάλογον ἔχοντα. ὡς μὲν τὴν αβ πρὸς τὴν αγ, οὕτως τὴν
δγ πρὸς τὴν δε. παράλληλον δὲ τὴν μὲν αβ τῇ δγ, τὴν δὲ αγ, τῇ δε. λέγω ὅτι ἐπ' εὐθείας
ἐστὶ ἡ βγ τῇ γε. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ αβ τῇ δγ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα
ἡ αγ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ βαγ, αγδ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ
ὑπὸ γδε, τῇ ὑπὸ αγδ ἴση ἐστίν. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ βαγ, τῇ ὑπὸ γδε, ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ
δύο τρίγωνά ἐστι τὰ αβγ, δγε, μίαν γωνίαν τὴν πρὸς τῷ α, μιᾷ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ δ ἴσην

ἔχοντα· ἐπεὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ· οὕτως
διὰ τὸ ϛʹ τοῦ ϛʹ τὴν ΔΓ πρὸς τὴν ΔΕ, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τῷ ΔΓΕ τριγώνῳ· ἴση ἄρα
ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία, τῇ ὑπὸ ΔΓΕ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ
ὑπὸ ΑΓΕ· δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ. ΒΑΓ, ἴση ἐστί· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ
ΑΓΕ· ΑΓΒ· ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ. ΑΓΒ· ΓΒΑ, ἴσαι εἰσίν· ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΒΑΓ. ΑΒΓ. ΑΓΒ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι
διὰ τὸ λβʹ τοῦ αʹ εἰσί· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΕ ΑΓΒ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΑΓ· καὶ τῷ πρὸς
αὐτῇ σημείῳ τῷ Γ, δύο εὐθεῖαι αἱ ΒΓ. ΓΕ· μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γω-
νίας τὰς ὑπὸ ΑΓΕ ΑΓΒ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ· ἐὰν ἄρα
δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν· τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον
ἔχοντα· ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων
πλευραὶ, ἐπ' εὐθείας ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγʹ Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἴσαι γωνίαι, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον, ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βε-
βήκασιν· ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις· ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι·
ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι. ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι, οἱ ΑΒΓ. ΔΕΖ·
καὶ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αὐτῶν τοῖς Η, Θ, γωνίαι ἔστωσαν αἱ ὑπὸ ΒΗΓ. ΕΘΖ· πρὸς δὲ ταῖς περι-
φερείαις, αἱ ὑπὸ ΒΑΓ. ΕΔΖ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια· πρὸς τὴν ΕΖ περιφέρειαν, οὕτως
διὰ τὸ κζʹ καὶ τοῦ κηʹ τοῦ γʹ ἥ τε ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ, καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ, πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· καὶ ἔτι ὁ ΗΒΓ
τομεὺς, πρὸς τὸν ΘΕΖ τομέα· κείσθωσαν γὰρ τῇ μὲν ΒΓ περιφερείᾳ, ἴσαι κατὰ τὸ
ἑξῆς ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΓΚ· ΚΛ· τῇ δὲ ΕΖ περιφερείᾳ, ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΖΜ· ΜΝ· καὶ ἐπε-
διὰ τὸ κζʹ τοῦ γʹ ζεύχθωσαν αἱ ΗΚ· ΗΛ· ΘΜ· ΘΝ· ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ ΒΓ. ΓΚ· ΚΛ περιφέρειαι ἀλλήλαις,
ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΓ. ΓΗΚ· ΚΗΛ γωνίαι· ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς
ΒΓ, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία, τῆς ὑπὸ ΒΗΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁσα-
πλασίων ἐστὶν ἡ ΝΕ περιφέρεια τῆς ΕΖ, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΝΘΕ γωνία, τῆς
ὑπὸ ΕΘΖ· εἰ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῇ ΕΝ περιφερείᾳ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΗΛ,
διὰ τὸ ἀντίστροφον τοῦ ὅρου τοῦ εʹ τῇ ὑπὸ ΕΘΝ· καὶ εἰ μείζων, μείζων· καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσων· τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν·
δύο μὲν περιφερειῶν τῶν ΒΓ. ΕΖ· δύο δὲ γωνιῶν τῶν ὑπὸ ΒΗΓ. ΕΘΖ, εἴληπται τῆς μὲν ΒΓ περι-
φερείας, καὶ τῆς ὑπὸ ΒΗΓ γωνίας, ἰσάκις πολλαπλασίων, ἥ τε ΒΛ περιφέρεια, καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ
διὰ τὸ ιεʹ τοῦ εʹ γωνία· τῆς δὲ ΕΖ περιφερείας· καὶ τῆς ὑπὸ ΕΘΖ γωνίας, ἥ τε ΕΝ περιφέρεια, καὶ ἡ ὑπὸ ΕΘΝ
γωνία· καὶ δέδεικται ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΕΝ περιφερείας, ὑπερέχει
διὰ κβʹ τοῦ αʹ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία, τῆς ὑπὸ ΕΘΝ· καὶ εἰ ἴση, ἴση· καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσων· ἔστιν ἄρα
ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία· πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ· ἀλλ' ὡς ἡ
διὰ ιγʹ τοῦ εʹ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία, πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ, οὕτως ἡ ὑπὸ ΒΑΓ· πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· διπλασία
γάρ ἐστιν ἑκατέρα ἑκατέρας· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ περιφέρειαν, οὕτως
ἥ τε ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις

αἱ γωνίαι, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βεβήκασιν ἐάν τε
πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ὅπερ ἔδει
δεῖξαι. +

λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια, πρὸς τὴν ΕΖ περιφέρειαν,
οὕτως ὁ ΗΒΓ τομεὺς πρὸς τὸν ΘΕΖ τομέα. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΓ· ΓΚ· καὶ
ληφθέντων ἐπὶ τῶν ΒΓ ΓΚ περιφερειῶν, τῶν Ξ· Ο· σημείων, ἐπεζεύχθωσαν καὶ
ΒΞ· ΞΓ· ΓΟ· ΟΚ· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΒΗ, ΗΓ, δυσὶ ταῖς ΓΗ· ΗΚ ἴσαι εἰσί· καὶ γωνίας [διὰ τὸ κζ΄ τοῦ γ΄]
ἴσας περιέχουσι· καὶ βάσις ἡ ΒΓ τῇ ΓΚ ἐστὶν ἴση· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΒΗΓ τρίγωνον, [διὰ τὸν ὅρον]
τῷ ΗΓΚ τριγώνῳ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ περιφέρεια, τῇ ΓΚ περιφερείᾳ· καὶ ἡ
λοιπὴ ἡ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον περιφέρεια, ἴση ἐστὶ τῇ λοιπῇ τῇ εἰς τὸν αὐτὸν
κύκλον περιφερείᾳ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΞΓ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΟΚ, ἐστὶν ἴση. [διὰ τὸ κζ΄ τοῦ γ΄ πολλάκις τὸ ὅρον]
ὅμοιον ἄρα ἐστί, τὸ ΒΞΓ τμῆμα, τῷ ΓΟΚ τμήματι. καὶ εἰσὶν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν
τῶν ΒΓ· ΓΚ. τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί· ἴσον ἄρα ἐστὶ [διὰ τὸν ὅρον ι΄ τοῦ γ΄]
τὸ ΒΞΓ τμῆμα, τῷ ΓΟΚ τμήματι· ἔστι δὲ καὶ τὸ ΒΗΓ τρίγωνον, τῷ ΗΓΚ τριγώνῳ
ἴσον· καὶ ὅλος ἄρα ὁ ΒΗΓ τομεὺς, ὅλῳ τῷ ΗΚΓ τομεῖ, ἴσος ἐστί· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ ὁ ΗΚΛ τομεὺς, ἑκατέρῳ τῶν ΗΚΓ, ΗΓΒ, ἴσος ἐστίν· οἱ τρεῖς ἄρα τομεῖς, οἱ ΒΗΓ·
ΓΗΚ· ΚΗΛ, ἴσοι ἀλλήλοις εἰσί· διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ οἱ ΘΕΖ· ΘΖΜ· ΘΜΝ τομεῖς,
ἴσοι ἀλλήλοις εἰσί· ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΒ περιφέρεια τῆς ΓΒ περιφερείας,
τοσαυταπλασίων ἐστί, καὶ ὁ ΗΒΛ τομεὺς τοῦ ΗΒΓ τομέως. διὰ τὰ αὐτὰ δή,
καὶ ὁσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΝΕ περιφέρεια, τῆς ΕΖ περιφερείας, τοσαυταπλα-
σίων ἐστὶ καὶ ὁ ΘΕΝ τομεὺς τοῦ ΘΕΖ τομέως. εἰ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέ-
ρεια, τῇ ΕΝ, ἴσος ἐστὶ καὶ ὁ ΒΗΛ τομεύς, τῷ ΕΘΝ τομεῖ. καὶ εἰ ὑπερέχει
ἡ ΒΛ περιφέρεια, τῆς ΕΝ περιφερείας, ὑπερέχει καὶ ὁ ΒΗΛ τομεύς, τοῦ ΕΘΝ
τομέως. καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν· δύο μὲν τῶν
ΒΓ· ΕΖ περιφερειῶν· δύο δὲ τῶν ΗΒΓ· ΘΕΖ τομέων, εἴληπται ἰσάκις πολλα-
πλάσια τῆς μὲν ΒΓ περιφερείας, καὶ τοῦ ΗΒΓ τομέως, ἥ τε ΒΛ περιφέρεια, καὶ ὁ
ΗΒΛ τομεύς· τῆς δὲ ΕΖ περιφερείας, καὶ τοῦ ΘΕΖ τομέως, ἰσάκις πολλαπλά-
σια, ἥ τε ΕΝ περιφέρεια, καὶ ὁ ΘΕΝ τομεύς· καὶ δέδεικται ὅτι εἰ ὑπερέχει [διὰ τὸν ε΄ ὅρον τοῦ ε΄]
ἡ ΒΛ περιφέρεια, τῆς ΕΝ περιφερείας, ὑπερέχει καὶ ὁ ΒΗΛ τομεύς, τοῦ ΕΘΝ τομέως.

Καὶ εἰ ἴση ἴσος· εἰ ἐλλείπη, ἐλλείπει· ὡς ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ὁ ΗΒΓ τομεὺς, πρὸς τὸν ΘΕΖ τομέα· καὶ δῆλον ὅτι ὡς ὁ τομεὺς, πρὸς τὸν τομέα, οὕτως ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν :—

ὅροι τοῦ ζ' τῶν εὐκλείδου στοιχείων.

Μονάς ἐστι, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται· ἀριθμὸς δέ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος· μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάττων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα· μέρη δέ, ὅταν μὴ καταμετρῇ· πολλαπλάσιος δέ, ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος· ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν, ὁ δίχα διαιρούμενος· περισσὸς δὲ ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα· ἢ ὁ μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ· ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν· ἀρτιάκις δὲ περισσός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν· περισσάκις ἄρτιός ἐστιν, ὁ ὑπὸ περισσοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν· περισσάκις δὲ περισσός ἐστιν ἀριθμός, ὁ ὑπὸ περισσοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν· πρῶτος ἀριθμός ἐστιν, ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος· πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ· σύνθετος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἀριθμῷ τινι μετρούμενος· σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί, οἱ ἀριθμῷ τινι μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ· ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις· ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται· πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί· ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος στερεὸς καλεῖται· πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί· τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἰσάκις ἴσος· ἢ ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος· κύβος δὲ ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις· ἢ ὁ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος· ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιος, ἢ τὸ αὐτὸ μέρος, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν·

Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς·

Τέλειος ἀριθμός ἐστιν, ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν· ~ +

Εὐκλείδου στοιχείων ζ΄ ἀριθμῶν.

α΄ Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. δύο γὰρ ἀνίσων ἀριθμῶν τῶν αβ. γδ. ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρείτω τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. ἕως οὗ λειφθῇ μονάς. λέγω ὅτι οἱ αβ. γδ. πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί· τουτέστιν ὅτι τοὺς αβ. γδ. μονὰς μόνη μετρεῖ. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ αβ. γδ. πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω. καὶ ἔστω ὁ ε. καὶ ὁ μὲν γδ τὸν βζ μετρῶν, λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ζα. ὁ δὲ αζ τὸν δη μετρῶν, λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ηγ. ὁ δὲ ηγ τὸν ζθ μετρῶν, λειπέτω μονάδα τὴν θα. ἐπεὶ οὖν ὁ ε τὸν δγ μετρεῖ. ὁ δὲ γδ τὸν ζβ μετρεῖ, καὶ ὁ ε ἄρα τὸν ζβ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν βα. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν αζ μετρήσει. ὁ δὲ αζ τὸν δη μετρεῖ. καὶ ὁ ε ἄρα τὸν δη μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν δγ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν γη μετρήσει. ὁ δὲ γη τὸν ζθ μετρεῖ. καὶ ὁ ε ἄρα τὸν ζθ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ζα. καὶ λοιπὴν ἄρα τὴν αθ μονάδα μετρήσει. ἀριθμὸς ὤν. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς αβ. γδ. ἀριθμοὺς μετρήσει τις ἀριθμός. οἱ αβ. γδ. ἄρα, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β΄ Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, οἱ αβ. γδ. δεῖ δὴ τῶν αβ. γδ. τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. εἰ μὲν οὖν ὁ γδ τὸν αβ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν, ὁ γδ ἄρα τῶν γδ. αβ κοινὸν μέτρον ἐστί. καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστον. οὐδεὶς γὰρ μείζων τοῦ γδ τὸν γδ μετρήσει. εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ γδ τὸν αβ, τῶν αβ. γδ. ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, λειφθήσεταί τις ἀριθμὸς ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. μονὰς μὲν γὰρ οὐ λειφθήσεται. εἰ δὲ μή, ἔσονται οἱ αβ. γδ. πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. λειφθήσεταί τις ἄρα ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. καὶ ὁ μὲν γδ τὸν βε μετρῶν, λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν εα. ὁ δὲ εα τὸν δζ μετρῶν, λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ζγ. ὁ δὲ γζ τὸν αε μετρείτω. ἐπεὶ οὖν ὁ γζ τὸν αε μετρεῖ. ὁ δὲ αε τὸν δζ μετρεῖ, καὶ ὁ γζ ἄρα τὸν δζ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν. καὶ ὅλον ἄρα τὸν γδ μετρήσει. ὁ δὲ γδ τὸν βε μετρεῖ. καὶ ὁ γζ ἄρα τὸν βε μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν αε. καὶ ὅλον ἄρα τὸν αβ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν γδ. ὁ γζ ἄρα τοὺς αβ. γδ. μετρεῖ. ὁ γζ ἄρα τῶν αβ. γδ. κοινὸν μέτρον ἐστί. λέγω δὴ ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ γζ τῶν αβ. γδ. μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς αβ. γδ. ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ γζ. μετρείτω. καὶ ἔστω ὁ η. καὶ ἐπεὶ ὁ η τὸν γδ μετρεῖ, ὁ δὲ γδ τὸν βε μετρεῖ, καὶ ὁ η ἄρα τὸν βε μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν βα. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν αε μετρήσει. ὁ δὲ αε,

τὸν δζ μετρεῖ, καὶ ὁ η ἄρα τὸν δζ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν γδ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν γζ μετρήσει· ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς αβ, γδ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ γζ· ὁ γζ ἄρα τῶν αβ, γδ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει:~

γ

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, οἱ α, β, γ· δεῖ δὴ τῶν α, β, γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. εἰλήφθω γὰρ τῶν α, β τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ δ· ὁ δὴ δ τὸν γ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον· μετρεῖ δὲ καὶ τοὺς α, β· ὁ δ ἄρα τοὺς α, β, γ μετρεῖ· ὁ δ ἄρα τῶν α, β, γ κοινὸν μέτρον ἐστί. λέγω δὴ ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ δ τῶν α, β, γ μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς α, β, γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ δ. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ ε. καὶ ἐπεὶ ὁ ε τοὺς α, β, γ μετρεῖ, τοὺς α, β ἄρα μετρήσει· καὶ τὸ τῶν α, β ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν α, β μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ δ· ὁ ε ἄρα τὸν δ μετρεῖ· ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς α, β, γ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ δ· ὁ δ ἄρα τῶν α, β, γ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον. μὴ μετρείτω δὴ ὁ δ τὸν γ. λέγω πρῶτον ὅτι οἱ δ, γ οὔκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. ἐπεὶ γὰρ οἱ α, β, γ οὔκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. ὁ δὴ τοὺς α, β, γ μετρῶν, καὶ τοὺς α, β μετρήσει· καὶ τὸ τῶν α, β μέγιστον κοινὸν μέτρον τὸν δ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν γ· τοὺς δ, γ ἄρα ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει. οἱ δ, γ ἄρα οὔκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. εἰλήφθω οὖν αὐτῶν τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ ε. καὶ ἐπεὶ ὁ ε τὸν δ μετρεῖ, ὁ δὲ δ τοὺς α, β μετρεῖ, καὶ ὁ ε ἄρα τοὺς α, β μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν γ. ὁ ε ἄρα τοὺς α, β, γ μετρεῖ· ὁ ε ἄρα τῶν α, β, γ κοινόν ἐστι μέτρον. λέγω δὴ ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ ε τῶν α, β, γ μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς α, β, γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ ε. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ ζ. καὶ ἐπεὶ ὁ ζ τοὺς α, β, γ μετρεῖ, καὶ τοὺς α, β μετρεῖ· καὶ τὸ τῶν α, β ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν α, β μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ δ· ὁ ζ ἄρα τὸν δ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν γ· ὁ ζ ἄρα τοὺς δ, γ μετρεῖ· καὶ τὸ τῶν δ, γ ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν δ, γ μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ ε· ὁ ζ ἄρα τὸν ε μετρεῖ, ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς α, β, γ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ ε· ὁ ε ἄρα τῶν α, β, γ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς τρεῖς ἀριθμοὺς μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει. ὁμοίως δὲ καὶ πλειόνων ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεθήσεται, καὶ τὸ πόρισμα προχωρήσει:~

δ α β γ ε ζ

α β γ
δ ε ζ

πᾶς ἀριθμὸς, παντὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάττων τοῦ μείζονος, ἤτοι μέρος ἐστὶν, ἢ μέρη· ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ α. βγ. καὶ ἔστω ἐλάττων ὁ βγ. λέγω ὅτι ὁ βγ τοῦ α, ἤτοι μέρος ἐστὶν, ἢ μέρη. οἱ α. βγ γὰρ, ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ἢ οὔ. ἔστωσαν πρότερον οἱ α. βγ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. διαιρεθέντος δὴ τοῦ βγ εἰς τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, ἔσται ἑκάστη μονὰς τῶν ἐν τῷ βγ, μέρος τι τοῦ α. ὥστε καὶ μέρη ἐστὶν ὁ βγ τοῦ α. μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ α. βγ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. ὁ δὴ βγ τὸν α, ἤτοι μετρεῖ, ἢ οὐ μετρεῖ. εἰ μὲν οὖν ὁ βγ τὸν α μετρεῖ, μέρος ἐστὶν ὁ βγ τοῦ α. εἰ δὲ οὔ, εἰλήφθω τῶν α. βγ, τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ δ. καὶ διῃρήσθω ὁ βγ, εἰς τοὺς τῷ δ ἴσους. τοὺς βε. εζ. ζγ. καὶ ἐπεὶ ὁ δ τὸν α μετρεῖ, μέρος ἐστὶν ὁ δ τοῦ α. ἴσος δὲ ὁ δ, ἑκάστῳ τῶν βε. εζ. ζγ. καὶ ἕκαστος ἄρα τῶν βε. εζ. ζγ, τοῦ α μέρος ἐστίν. ὥστε μέρη ἐστὶν ὁ βγ τοῦ α. ἅπας ἄρα ἀριθμὸς καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός. ἀριθμὸς γὰρ ὁ α. ἀριθμοῦ τοῦ βγ, μέρος ἔστω. καὶ ἕτερος ὁ δ. ἑτέρου τοῦ εζ, τὸ αὐτὸ μέρος ὅπερ ὁ α τοῦ βγ. λέγω ὅτι καὶ συναμφότερος ὁ αδ. συναμφοτέρου τοῦ βγ εζ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν, ὅπερ ὁ α τοῦ βγ. ἐπεὶ γὰρ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ α τοῦ βγ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ δ τοῦ εζ. ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ βγ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ α, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ εζ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ δ. διῃρήσθω ὁ μὲν βγ, εἰς τοὺς τῷ α ἴσους. τοὺς βη. ηγ. ὁ δὲ εζ, εἰς τοὺς τῷ δ ἴσους. τοὺς εθ. θζ. ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν βη. ηγ, τῷ πλήθει τῶν εθ. θζ. καὶ ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν βη τῷ α. ὁ δὲ εθ τῷ δ, ὁ βη ἄρα τῷ α ἴσος ἐστί. καὶ οἱ βη. εθ, τοῖς α δ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ηγ τῷ α ἴσος ἐστί, καὶ οἱ ηγ. θζ τοῖς α δ. ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ βγ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ α, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τοῖς βγ. εζ, ἴσοι τοῖς α δ. ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ὁ βγ τοῦ α, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ βγ εζ, συναμφοτέρου τοῦ αδ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ α τοῦ βγ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ αδ, συναμφοτέρου τοῦ βγ εζ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός. ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ. ἀριθμοῦ τοῦ γ μέρη ἔστω. καὶ ἕτερος ὁ δε, ἑτέρου τοῦ ζ, τὰ αὐτὰ μέρη ἅπερ ὁ αβ τοῦ γ. λέγω ὅτι καὶ συναμφότερος ὁ αβ δε, συναμφοτέρου τοῦ γζ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν, ἅπερ ὁ αβ τοῦ γ. ἐπεὶ γὰρ ἃ μέρη ἐστὶν ὁ αβ τοῦ γ, τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ δε τοῦ ζ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ αβ μέρη τοῦ γ, τοσαῦτά ἐστι καὶ ἐν τῷ δε μέρη τοῦ ζ. διῃρήσθω ὁ μὲν αβ εἰς τὰ τοῦ γ μέρη τὰ αη. ηβ. ὁ δὲ δε, εἰς τὰ τοῦ ζ μέρη τὰ δθ. θε. ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν αη. ηβ, τῷ πλήθει τῶν δθ. θε. καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ αη τοῦ γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ δθ τοῦ ζ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ αη τοῦ γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ αηδθ, συναμφοτέρου τοῦ γζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ηβ τοῦ γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ηβ θε, συναμφοτέρου τοῦ γζ. ἃ ἄρα μέρη ἐστὶν ὁ αβ τοῦ γ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ αβ δε, συναμφοτέρου τοῦ γζ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ἂν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ
λοιποῦ τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου. ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ ἀριθμοῦ τοῦ γδ
μέρος ἔστω, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ αε, ἀφαιρεθέντος τοῦ γζ· λέγω ὅτι καὶ ὁ λοιπὸς ὁ
εβ τοῦ λοιποῦ τοῦ ζδ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ αβ ὅλου τοῦ γδ. ὃ γὰρ μέρος
ἐστὶν ὁ αε τοῦ γζ, τὸ αὐτὸ μέρος ἔστω καὶ ὁ εβ τοῦ γη. καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ αε τοῦ γζ, τὸ
αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ εβ τοῦ γη, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ αε τοῦ γζ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ αβ τοῦ
ηζ. ὃ δὲ μέρος ἐστὶν ὁ αε τοῦ γζ, τὸ αὐτὸ μέρος ὑπόκειται καὶ ὁ αβ τοῦ γδ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶ
καὶ ὁ αβ τοῦ ηζ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ αβ τοῦ γδ· ὁ αβ ἄρα ἑκατέρου τῶν ηζ, γδ τὸ αὐτὸ
μέρος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ζη τῷ γδ. κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ γζ· λοιπὸς ἄρα ὁ ηγ λοιπῷ
τῷ ζδ ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ αε τοῦ γζ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ εβ τοῦ ηγ, ἴσος
δὲ ὁ ηγ τῷ ζδ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ αε τοῦ γζ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ εβ τοῦ ζδ. ἀλλὰ ὃ
μέρος ἐστὶν ὁ αε τοῦ γζ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ αβ τοῦ γδ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ εβ τοῦ ζδ,
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ αβ τοῦ γδ. καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ εβ λοιποῦ τοῦ ζδ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν,
ὅπερ ὅλος ὁ αβ ὅλου τοῦ γδ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἂν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ
λοιποῦ τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου. ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ ἀριθμοῦ τοῦ
γδ μέρη ἔστω, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ αε, ἀφαιρεθέντος τοῦ γζ· λέγω ὅτι καὶ λοιπὸς
ὁ εβ λοιποῦ τοῦ ζδ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ αβ ὅλου τοῦ γδ. κείσθω γὰρ
τῷ αβ ἴσος ὁ ηθ. ἃ ἄρα μέρη ἐστὶν ὁ ηθ τοῦ γδ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ αε τοῦ γζ.
διῃρήσθω ὁ μὲν ηθ εἰς τὰ τοῦ γδ μέρη, τὰ ηκ, κθ· ὁ δὲ αε, εἰς τὰ τοῦ γζ μέρη, τὰ αλ, λε· ἔσται
δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ηκ, κθ, τῷ πλήθει τῶν αλ, λε. καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ηκ τοῦ γδ,
τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ αλ τοῦ γζ, μείζων δὲ ὁ γδ τοῦ γζ, μείζων ἄρα καὶ ὁ ηκ τοῦ αλ.
κείσθω τῷ αλ ἴσος ὁ ημ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ηκ τοῦ γδ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ημ τοῦ
γζ. καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ μκ λοιποῦ τοῦ ζδ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ὅπερ ὅλος ὁ ηκ, ὅλου τοῦ
γδ. πάλιν ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ κθ τοῦ γδ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ελ τοῦ γζ, μείζων δὲ
ὁ γδ τοῦ γζ, μείζων ἄρα καὶ ὁ θκ τοῦ ελ. κείσθω τῷ ελ ἴσος ὁ κν. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ κθ
τοῦ γδ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ κν τοῦ γζ. καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ νθ λοιποῦ τοῦ ζδ, τὸ αὐτὸ
μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ κθ ὅλου τοῦ γδ. ἐδείχθη δὲ καὶ λοιπὸς ὁ μκ λοιποῦ τοῦ ζδ,
τὸ αὐτὸ μέρος ὤν, ὅπερ ὅλος ὁ ηκ, ὅλου τοῦ γδ. καὶ συναμφότερος ἄρα ὁ μκ, νθ, τοῦ ζδ τὰ
αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ θη, ὅλου τοῦ γδ. ἴσος δὲ συναμφότερος μὲν ὁ μκ, νθ, τῷ εβ, ὁ δὲ
θη, τῷ βα. λοιπὸς ἄρα ὁ εβ λοιποῦ τοῦ ζδ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ αβ ὅλου τοῦ γδ·
ἂν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος, ᾖ ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
ἐναλλὰξ ὃ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ἢ τὰ αὐτὰ μέρη
καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου. ἀριθμὸς γὰρ ὁ α ἀριθμοῦ τοῦ βγ μέρος ἔστω· καὶ ἕτερος
ὁ δ ἑτέρου τοῦ εζ, τὸ αὐτὸ μέρος, ὅπερ ὁ α τοῦ βγ. ἐλάσσων δὲ ἔστω ὁ α τοῦ δ· λέγω ὅτι καὶ
ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ α τοῦ δ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ βγ τοῦ εζ ἢ μέρη·

χωρὶς καὶ ... τοσαῦτα αὐτὰ μέρη ... πλήθει ... [illegible] ... ποσοὶ
τῶν μερῶν ... ἀεὶ ... [illegible]
... ἐν ... πλείοσι μέρεσι τῶν ἡγουμένων ἀεὶ ... [illegible]
ποσὸν ... ὅτι ... [illegible] ... ἀεὶ ... [illegible]

ἐπεὶ γὰρ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ ΒΓ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Δ τοῦ ΕΖ, ὅσοι
ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ ΒΓ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Α, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ ΕΖ ἴσοι
τῷ Δ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΒΓ εἰς τοὺς τῷ Α ἴσους τοὺς ΒΗ, ΗΓ, ὁ δὲ ΕΖ εἰς τοὺς
τῷ Δ ἴσους τοὺς ΕΘ, ΘΖ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ, ΗΓ τῷ πλήθει τῶν
ιζ′ ... ΕΘ, ΘΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΒΗ, ΗΓ ἀριθμοὶ ἀλλήλοις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ ΕΘ, ΘΖ ἀριθμοὶ
ιη′ ... ἴσοι ἀλλήλοις, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ, ΗΓ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ, ΘΖ, ὃ ἄρα μέρος
ἐστὶν ὁ ΒΗ τοῦ ΕΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΗΓ τοῦ ΘΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε καὶ
ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΒΗ τοῦ ΕΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ΒΓ, συναμφοτέρου
τοῦ ΕΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἴσος δὲ ὁ μὲν ΒΗ τῷ Α, ὁ δὲ ΕΘ τῷ Δ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α
τοῦ Δ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΒΓ τοῦ ΕΖ ἢ μέρη τὰ αὐτά· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐναλλὰξ ἃ μέρη
ἐστὶν ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου
ἢ τὸ αὐτὸ μέρος. ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω· καὶ ἕτερος ὁ ΔΕ, ἑτέρου
τοῦ Ζ τὰ αὐτὰ μέρη· ἔστω δὲ ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἐλάσσων. λέγω ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἃ μέρη εἰσὶν
ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὸ αὐτὸ μέρος. ἐπεὶ γὰρ ἃ μέρη εἰσὶν
ὁ ΑΒ τοῦ Γ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ ΔΕ τοῦ Ζ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ μέρη τοῦ Γ, τοσαῦτα
καὶ ἐν τῷ ΔΕ μέρη τοῦ Ζ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΑΒ εἰς τὰ τοῦ Γ μέρη τὰ ΑΗ, ΗΒ, ὁ δὲ ΔΕ,
εἰς τὰ τοῦ Ζ μέρη τὰ ΔΘ, ΘΕ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΑΗ, ΗΒ τῷ πλήθει τῶν
ΔΘ, ΘΕ. καὶ ἐπεὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΔΘ τοῦ Ζ, καὶ ἐναλ-
λὰξ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ
μέρη· ὥστε καὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ ἄρα μέρος ἐστὶ
καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ἀλλ' ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ
ιη′ ... μέρος ἐδείχθη καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· καὶ ἃ ἄρα μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ
μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὸ αὐτὸ μέρος· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς
τὸν λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλος πρὸς ὅλον. ἔστω ὡς ὅλος ὁ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸν ΓΔ, οὕτως ἀφαι-
ρεθεὶς ὁ ΑΕ, πρὸς ἀφαιρεθέντα τὸν ΓΖ· λέγω ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ ΕΒ πρὸς τὸν
λοιπὸν τὸν ΖΔ, ὡς ὅλος ὁ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸν ΓΔ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ ΑΒ πρὸς τὸν
ΓΔ, οὕτως ὁ ΑΕ πρὸς τὸν ΓΖ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ
καὶ ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη
ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΕΒ πρὸς τὸν ΖΔ, οὕτως ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον, ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν
ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους. ἔστωσαν ὁποσοιοῦν
ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α ...

πρὸς τὸν Β, οὕτως οἱ ΑΓ πρὸς τοὺς ΒΔ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Β ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ μέρη· καὶ συναμφότερος ἄρα ὁ ΑΓ συναμφοτέρου τοῦ ΒΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη ταὐτὰ ἅπερ ὁ Α τοῦ Β· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως οἱ ΑΓ πρὸς τοὺς ΒΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσι, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται. ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α Β Γ Δ· ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. λέγω ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται· ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Δ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Β ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ἐναλλὰξ ἄρα ὃ μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Γ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Β τοῦ Δ ἢ μέρη· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται. ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ Α Β Γ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, οἱ Δ Ε Ζ· ὡς μὲν ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· ὡς δὲ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. λέγω ὅτι καὶ δι᾽ ἴσου ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Ε. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ. ὡς δὲ ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

Ἐὰν μονὰς ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἐναλλὰξ ἰσάκις ἡ μονὰς τὸν τρίτον ἀριθμὸν μετρήσει καὶ ὁ δεύτερος τὸν τέταρτον. μονὰς γὰρ ἡ Α ἀριθμόν τινα τὸν ΒΓ μετρείτω, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ὁ Δ ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν τὸν ΕΖ μετρείτω. λέγω ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἰσάκις ἡ Α μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ, ἢ ὁ ΒΓ τὸν ΕΖ. Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἡ Α μονὰς τὸν ΒΓ ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ Δ τὸν ΕΖ, ὅσαι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ ΒΓ μονάδες, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ ΕΖ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Δ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΒΓ εἰς τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας τὰς ΒΗ ΗΘ ΘΓ· ὁ δὲ ΕΖ εἰς τοὺς τῷ Δ ἴσους τοὺς ΕΚ ΚΛ ΛΖ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ ΗΘ ΘΓ τῷ πλήθει τῶν ΕΚ ΚΛ ΛΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΒΗ ΗΘ ΘΓ μονάδες ἀλλήλαις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ ΕΚ ΚΛ ΛΖ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις· καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ ΗΘ ΘΓ μονάδων τῷ πλήθει τῶν ΕΚ ΚΛ ΛΖ ἀριθμῶν, ἔσται ἄρα ὡς ἡ ΒΗ μονὰς πρὸς τὸν ΕΚ ἀριθμόν, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὸν ΚΛ ἀριθμόν· καὶ ἡ ΘΓ μονάς, πρὸς τὸν ΛΖ ἀριθμόν. ἔσται ἄρα καὶ ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΗ μονὰς πρὸς τὸν ΕΚ ἀριθμόν, οὕτως ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΒΗ μονὰς τῇ Α μονάδι· ὁ δὲ ΕΚ ἀριθμὸς

τοῦ δ ἀριθμοῦ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ α μονὰς πρὸς τὸν δ ἀριθμόν, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν εζ·
ἰσάκις ἄρα ἡ α μονὰς τὸν δ ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ β τὸν εζ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

ις'

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται. ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ α β. καὶ ὁ μὲν α τὸν β πολλαπλασιάσας, τὸν γ ποιείτω. ὁ δὲ β τὸν α πολλαπλασιάσας, τὸν δ ποιείτω. λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ γ τῷ δ. ἐπεὶ γὰρ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν γ πεποίηκεν, ὁ β ἄρα τὸν γ μετρεῖ, κατὰ τὰς ἐν τῷ α μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ ε μονὰς τὸν α ἀριθμόν, κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἰσάκις ἄρα ἡ ε μονὰς τὸν α ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ β τὸν γ. ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ ε μονὰς τὸν β ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ α τὸν γ. πάλιν ἐπεὶ ὁ β τὸν α πολλαπλασιάσας τὸν δ πεποίηκεν, ὁ α ἄρα τὸν δ μετρεῖ, κατὰ τὰς ἐν τῷ β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ ε μονὰς τὸν β, κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, ἰσάκις ἄρα ἡ ε μονὰς τὸν β ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ α τὸν δ. ἰσάκις δὲ ἡ ε μονὰς τὸν β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ α τὸν γ. ἰσάκις ἄρα ὁ α ἑκάτερον τῶν γ δ μετρεῖ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ γ τῷ δ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

ιζ'

Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας ποιῇ τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιασθεῖσιν. ἀριθμὸς γὰρ ὁ α, δύο ἀριθμοὺς τοὺς β γ πολλαπλασιάσας, τοὺς δ ε ποιείτω. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ε. ἐπεὶ γὰρ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν δ πεποίηκεν, ὁ β ἄρα τὸν δ μετρεῖ, κατὰ τὰς ἐν τῷ α μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ ζ μονὰς τὸν α ἀριθμόν, κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἰσάκις ἄρα ἡ ζ μονὰς τὸν α ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ β τὸν δ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ζ μονὰς πρὸς τὸν α ἀριθμόν, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν δ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ ζ μονὰς πρὸς τὸν α ἀριθμόν, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν ε. καὶ ὡς ἄρα ὁ β πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν ε. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ε. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:–

ιη'

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιάσασι. δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ α β, ἀριθμόν τινα τὸν γ πολλαπλασιάσαντες, τοὺς δ ε ποιείτωσαν. λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ε. ἐπεὶ γὰρ ὁ α τὸν γ πολλαπλασιάσας τὸν δ πεποίηκεν, ὁ γ ἄρα τὸν α πολλαπλασιάσας τὸν δ πεποίηκε. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ γ τὸν β πολλαπλασιάσας, τὸν ε πεποίηκεν. ἀριθμὸς δὴ ὁ γ, δύο ἀριθμοὺς τοὺς α β πολλαπλασιάσας, τοὺς δ ε πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ε. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

ιθ'

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμός, ἴσος ἔσται τῷ ἐκ δευτέρου καὶ τρίτου γενομένῳ ἀριθμῷ. καὶ ἐὰν ὁ ἐκ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμός, ἴσος ᾖ τῷ ἐκ δευτέρου καὶ τετάρτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται. ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον· οἱ α β γ δ. ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν δ. καὶ ὁ μὲν α τὸν δ πολλαπλασιάσας, τὸν ε ποιείτω. ὁ δὲ β τὸν γ πολλαπλασιάσας, τὸν ζ

ὁ ἀριθμὸς τὸν ἀριθμὸν λέγεται πολλαπλασιάζειν, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις:·

ποιείτω. λέγω ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ε τῷ Ζ. ὁ γὰρ Α τὸν Γ πολλαπλασιάσας, τὸν Η πεποίηκεν·
ἐπεὶ οὖν ὁ Α τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκε, τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποί-
ηκεν, ἀριθμὸς δὴ ὁ Α δύο ἀριθμοὺς τοὺς Γ, Δ πολλαπλασιάσας, τοὺς Η, Ε πεποίηκεν· ἔστιν
ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ε. ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς
τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ε. πάλιν ἐπεὶ ὁ Α τὸν Γ πολλα-
πλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν· ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκε,
δύο δὴ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β ἀριθμόν τινα τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες, τοὺς Η, Ζ πεποιήκασιν·
ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ζ. ἀλλὰ μὴν καὶ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως
ὁ Η πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ζ. ὁ Η ἄρα πρὸς ἑκάτερον
τῶν Ε, Ζ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ε τῷ Ζ. ἔστω δὴ πάλιν ἴσος ὁ Ε τῷ Ζ·
λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων,
~~ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ Ε τῷ Ζ~~, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ζ. ἀλλ' ὡς μὲν ὁ
Η πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ὡς δὲ ὁ Η πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς
ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—
Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. κἂν
ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον εἰσίν. ἔστωσαν
τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον, οἱ Α, Β, Γ· ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ. λέγω
ὅτι ὁ ἐκ τῶν Α, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ Β. κείσθω τῷ Β ἴσος ὁ Δ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α
πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Β, Δ· ὁ δὲ
ἐκ τῶν Β, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ Β· ἴσος γὰρ ὁ Β τῷ Δ· ὁ δὲ ἄρα ἐκ τῶν Α, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τοῦ Β. ἀλλὰ δὴ ὁ ἀπὸ τοῦ Β ἴσος ἔστω τῷ ἐκ τῶν Α, Γ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α
πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ. ἐπεὶ γὰρ ὁ ἐκ τῶν Α, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ Β, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ
Β ἴσος τῷ ἐκ τῶν Β, Δ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. ἴσος δὲ ὁ Β τῷ Δ·
ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—
Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν
λόγον ἔχοντας ἰσάκις, ὅ τε μείζων τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάττων τὸν ἐλάττονα. ἔστωσαν
οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Β οἱ Γ, Δ, Ε, Ζ. λέγω ὅτι
ἰσάκις ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ, καὶ ὁ Ε τὸν Β. ὁ Γ Δ τοῦ Α οὐκ ἔστι μέρη. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω
μέρη. καὶ ὁ Ε Ζ ἄρα τοῦ Β τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶν ἅπερ ὁ Γ Δ τοῦ Α. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ Γ Δ μέρη
τοῦ Α, τοσαῦτά ἐστι καὶ ἐν τῷ Ε Ζ μέρη τοῦ Β. διῃρήσθω ὁ μὲν Γ Δ εἰς τὰ τοῦ Α μέρη τὰ Γ Κ,
Κ Δ, ὁ δὲ Ε Ζ εἰς τὰ τοῦ Β μέρη τὰ Ε Θ, Θ Ζ, καὶ ἔσται ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Γ Κ, Κ Δ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις
εἰσίν, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ Ε Θ, Θ Ζ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις, καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Γ Κ, Κ Δ τῷ
πλήθει τῶν Ε Θ, Θ Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ Κ πρὸς τὸν Ε Θ, οὕτως ὁ Κ Δ πρὸς τὸν Θ Ζ. ἔστι

Α Β
Γ Ε
Η Θ
Δ Ζ

Margin (left): ιθ' ιζ' ζ'; κη' ζ'; κβ' ζ'; κε' ζ'; κζ' ζ'; ε; κθ' ζ'

Margin (right): ἐπεὶ ὁ Α τοὺς Γ, Δ πολλαπλασιάσας τοὺς Η, Ε πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ε· ιζ' τοῦ ζ'.

Α Β
Η Γ Ε Δ Ζ

Κ
Α Β Δ Γ

Κα'
Α Β
Γ Δ
Γ Ε
Κ Θ
Δ Ζ

α β γ

ιβ ς β

δ ε ζ

κ η δ

ἄρα ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας
τοὺς ἑπομένους· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ γ η πρὸς τὸν ε θ, οὕτως ὁ γ δ πρὸς τὸν ε ζ· οἱ γ η, ε θ
ἄρα τοῖς γ δ, ε ζ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν ἐλάττονες ὄντες αὐτῶν· ὅπερ ἀδύνατον· ὑπό-
κεινται γὰρ οἱ γ δ, ε ζ ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· οὐκ ἄρα μέρη ἐστὶν
ὁ γ δ τοῦ α· μέρος ἄρα· ἰσάκις ἄρα ὁ γ δ τὸν α μετρεῖ καὶ ὁ ε ζ τὸν β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·~

κβ Ἐὰν ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται· ἔ-
στωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ α β γ, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος οἱ δ ε ζ, σύνδυο λαμβανό-
μενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ἔστω δὲ αὐτῶν τεταραγμένη ἡ ἀναλογία· ὡς μὲν ὁ α πρὸς τὸν β, οὕ-
τως ὁ ε πρὸς τὸν ζ· ὡς δὲ ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ε· λέγω ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν
ὡς ὁ α πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ζ· ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ ε πρὸς τὸν ζ·
ὁ ἄρα ἐκ τῶν α ζ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν β ε· πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ β πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ δ πρὸς
τὸν ε· ὁ ἄρα ἐκ τῶν δ γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν β ε· ἐδείχθη δὲ καὶ ὁ ἐκ τῶν α ζ ἴσος τῷ ἐκ τῶν
β ε· καὶ ὁ ἐκ τῶν α ζ ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν δ γ· ἵνα ἐστίν, ὡς ὁ α πρὸς τὸν γ, οὕτως
ὁ δ πρὸς τὸν ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·~

ἐξ ιθ τοῦ ζ

κγ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ ἐλά-
χιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ἔστωσαν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ οἱ
α β· λέγω ὅτι οἱ α β ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· εἰ γὰρ μή εἰσιν
οἱ α β ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, ἔσονταί τινες τῶν α β ἐλάττονες ἀρι-
θμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς α β· ἔστωσαν οἱ γ δ· ἐπεὶ οὖν οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν
τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις, ὅ τε μείζων
τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάττων τὸν ἐλάττονα· τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ
ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ἰσάκις ἄρα ὁ γ τὸν α μετρεῖ καὶ ὁ δ τὸν β· ὁσάκις δὴ ὁ γ τὸν α μετρεῖ,
τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ ε· καὶ ὁ δ ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ε μονάδας· καὶ ἐπεὶ ὁ γ τὸν α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ε μονάδας, καὶ ὁ ε ἄρα τὸν α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ γ μονάδας
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁ ε τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας· ὁ ε ἄρα τοὺς α β μετρεῖ πρώ-
τους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἔσονταί τινες τῶν α β ἐλάσ-
σονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς α β· οἱ α β ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐ-
τὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·~

κδ Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ
τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ἔστωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ
τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ α β· λέγω ὅτι οἱ α β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· εἰ γὰρ μή εἰσιν
οἱ α β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός· μετρείτω δὲ καὶ ἔστω
ὁ γ· καὶ ὁσάκις μὲν ὁ γ τὸν α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ δ· ὁσάκις
δὲ ὁ γ τὸν β μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ ε· ἐπεὶ ὁ γ τὸν α μετρεῖ κατὰ τὰς
ἐν τῷ δ μονάδας, ὁ γ ἄρα τὸν δ πολλαπλασιάσας τὸν α πεποίηκε· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ
καὶ ὁ γ τὸν ε πολλαπλασιάσας τὸν β πεποίηκε· ἀριθμὸς δὴ ὁ γ δύο ἀριθμοὺς

διὰ ιβ´ τοῦ ζ´ τὸν δὲ ε πολλαπλασιάσας τὸν θ πεποίηκε· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ δ πρὸς τὸν ε, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν β· οἱ δὲ δ ε ἄρα τοῖς α β ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες αὐτῶν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς α β ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει· οἱ α β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

κγ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμὸς πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται· ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ α β· τὸν δὲ α μετρείτω τις ἀριθμὸς ὁ γ· λέγω ὅτι καὶ οἱ γ β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ γ β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τοὺς γ β ἀριθμός· μετρείτω καὶ ἔστω ὁ δ· ἐπεὶ ὁ δ τὸν γ μετρεῖ, ὁ δὲ γ τὸν α μετρεῖ, καὶ ὁ δ ἄρα τὸν α μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν β· ὁ δ ἄρα τοὺς α β μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς γ β ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει· οἱ γ β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

κς Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται· δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ α β πρός τινα ἀριθμὸν τὸν γ πρῶτοι ἔστωσαν· καὶ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν δ ποιείτω· λέγω ὅτι οἱ γ δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ γ δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις τοὺς γ δ ἀριθμός· μετρείτω καὶ ἔστω ὁ ε· καὶ ἐπεὶ οἱ γ α πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί, τὸν δὲ γ μετρεῖ τις ἀριθμὸς ὁ ε· οἱ α ε ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅσας δὴ ὁ ε τὸν δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ ζ· καὶ ὁ ζ ἄρα τὸν δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ε μονάδας· ὁ ε ἄρα τὸν ζ πολλαπλασιάσας τὸν δ πεποίηκεν· ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν ε ζ τῷ ἐκ τῶν α β· ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον εἰσίν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ε πρὸς τὸν α, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν ζ· οἱ δὲ α ε πρῶτοι· οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις, ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάττων τὸν ἐλάττονα· τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ὁ ε ἄρα τὸν β μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν γ· ὁ ε ἄρα τοὺς β γ μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς γ δ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει· οἱ γ δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

κζ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται· ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ α β· καὶ ὁ α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν γ ποιείτω· λέγω ὅτι οἱ β γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί· κείσθω γὰρ τῷ α ἴσος ὁ δ· ἐπεὶ οἱ α β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἴσος δὲ ὁ α τῷ δ· καὶ οἱ δ β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ἑκάτερος ἄρα τῶν δ α πρὸς τὸν β πρῶτός ἐστι· καὶ ὁ ἐκ τῶν δ α ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν β πρῶτος ἔσται·

ὁ δὲ ἐκ τῶν δ α γενόμενος ἀριθμός ἐστιν ὁ γ· οἱ γ β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη' Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς δύο ἀριθμοὺς ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοι ὦσι, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γενόμενοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ α β, πρὸς δύο ἀριθμοὺς τοὺς γ δ ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοι ἔστωσαν· καὶ ὁ μὲν α τὸν β πολλαπλασιάσας, τὸν ε ποιείτω. ὁ δὲ γ τὸν δ πολλαπλασιάσας, τὸν ζ ποιείτω. λέγω ὅτι οἱ ε ζ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ ἑκάτερος τῶν α β, πρὸς τὸν γ πρῶτός ἐστι, καὶ ὁ ἐκ τῶν α β γενόμενος, ὁ ε, πρὸς τὸν γ πρῶτος ἔσται. οἱ ε γ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ οἱ ε δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. ἑκάτερος ἄρα τῶν γ δ, πρὸς τὸν ε πρῶτός ἐστι. καὶ ὁ ἐκ τῶν γ δ ἄρα γενόμενος, πρὸς τὸν ε πρῶτος ἔσται. ὁ δὲ ἐκ τῶν γ δ γενόμενός ἐστιν ὁ ζ. οἱ ε ζ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κθ' Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτὸν ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. κἂν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες, ποιῶσί τινας, κἀκεῖνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. καὶ ἀεὶ περὶ τὰ ἄκρα τοῦτο συμβαίνει. ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, οἱ α β. καὶ ὁ α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας, τὸν γ ποιείτω. τὸν δὲ γ πολλαπλασιάσας, τὸν δ ποιείτω. ὁ δὲ β ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας, τὸν ε ποιείτω. τὸν δὲ ε πολλαπλασιάσας, τὸν ζ ποιείτω. λέγω ὅτι οἵ τε γ ε, καὶ οἱ δ ζ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ α β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί, καὶ ὁ α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, τὸν γ πεποίηκεν. οἱ γ β ἄρα, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. ἐπεὶ οὖν οἱ γ β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί, καὶ ὁ β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν ε πεποίηκεν, οἱ γ ε ἄρα, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. πάλιν ἐπεὶ οἱ α β, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί, καὶ ὁ β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, τὸν ε πεποίηκεν. οἱ α ε ἄρα, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ οὖν δύο ἀριθμοί, οἱ α γ, πρὸς δύο ἀριθμοὺς τοὺς β ε, ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοί εἰσι, καὶ ὁ ἐκ τῶν α γ ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν ἐκ τῶν β ε, πρῶτός ἐστι. καί ἐστιν ὁ μὲν ἐκ τῶν α γ, ὁ δ· ὁ δὲ ἐκ τῶν β ε, ὁ ζ. οἱ δ ζ ἄρα, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ' Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν, πρῶτος ἔσται. καὶ ἐὰν συναμφότερος πρὸς ἕνα τινὰ αὐτῶν, πρῶτος ᾖ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοί, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. συγκείσθωσαν γὰρ δύο ἀριθμοί, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, οἱ αβ βγ. λέγω ὅτι καὶ συναμφότερος ὁ αγ, πρὸς ἑκάτερον τῶν αβ βγ, πρῶτός ἐστιν. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ γα αβ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω καὶ ἔστω ὁ δ. ἐπεὶ οὖν ὁ δ τοὺς γα αβ μετρεῖ, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν βγ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν βα. ὁ δ ἄρα τοὺς αβ βγ μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς γα αβ ἀριθμούς, ἀριθμός τις μετρήσει. οἱ αβ αγ ἄρα, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ οἱ αγ γβ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. ὁ γα ἄρα, πρὸς ἑκάτερον τῶν αβ βγ, πρῶτός ἐστι. ἔστωσαν δὴ πάλιν οἱ γα αβ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. λέγω ὅτι καὶ οἱ αβ βγ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ αβ βγ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ δ. καὶ ἐπεὶ ὁ δ ἑκάτερον τῶν αβ βγ μετρεῖ, καὶ ὅλον ἄρα τὸν γα, μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν αβ. ὁ δ ἄρα, τοὺς γα, αβ μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς αβ βγ ἀριθμούς, ἀριθμός τις μετρήσει. οἱ αβ βγ ἄρα, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα' Ἅπας πρῶτος ἀριθμός, πρὸς ἅπαντα ἀριθμὸν ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν. ἔστω πρῶτος ἀριθμὸς ὁ α, καὶ τὸν β μὴ μετρείτω. λέγω ὅτι οἱ β α πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ β α, πρῶ-

πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ γ. καὶ ἐπεὶ ὁ γ τὸν β μετρεῖ, ὁ δὲ β τὸν α,
τὸν β οὖν μετρεῖ· ὁ γ ἄρα τὸν α, [illegible] ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ γ τοὺς β α μετρεῖ, καὶ τὸν α ἄρα μετρεῖ
πρῶτον ὄντα, μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς β α μετρήσει τις ἀριθμός·
οἱ α β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λε Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶτος
ἀριθμός, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει. δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ α β πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους τὸν γ ποιεί-
τωσαν. τὸν δὲ γ μετρείτω τις πρῶτος ἀριθμός, ὁ δ. λέγω ὅτι ὁ δ ἕνα τῶν α β μετρεῖ. τὸν γὰρ α μὴ μετρείτω.
καὶ ἐστὶ πρῶτος ὁ δ. οἱ α δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. καὶ ὁσάκις ὁ δ τὸν γ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες
ἔστωσαν ἐν τῷ ε. ἐπεὶ οὖν ὁ δ τὸν γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ε μονάδας, ὁ δ ἄρα τὸν ε πολλαπλασιάσας τὸν
γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν γ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν δ ε, τῷ ἐκ τῶν
α β. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ δ πρὸς τὸν α, οὕτως ὁ β πρὸς τὸν ε. οἱ δὲ δ α πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν
λόγον ἔχοντας ἰσάκις, ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος
τὸν ἑπόμενον. ὁ δ ἄρα τὸν β μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἐὰν τὸν β μὴ μετρῇ, τὸν α μετρήσει. ὁ δ ἄρα ἕνα τῶν α β
μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.   Ἄλλως. [illegible]   Ἔστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ α. λέγω ὅτι
ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. ἐπεὶ γὰρ σύνθετός ἐστιν ὁ α, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀριθμοῦ. μετρείσθω, καὶ ἔστω ὁ β.
καὶ εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ β, γεγονὸς ἂν εἴη. εἰ δὲ σύνθετος, μετρηθήσεται ἄρα ὑπὸ ἀριθμοῦ τινος. μετρείσθω, καὶ ἔστω
ὁ γ, ὁ μετρῶν αὐτόν. ὁ γ ἄρα τοῦ β ἐλάσσων ἐστί. καὶ ἐπεὶ ὁ γ τὸν β μετρεῖ, ἀλλὰ ὁ β τὸν α μετρεῖ, καὶ ὁ γ
λϛ ἄρα τὸν α μετρεῖ, ἐλάσσων ὢν αὐτοῦ· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ὁ β σύνθετός ἐστι· πρῶτος ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
Ἅπας σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. ἔστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ α. λέγω ὅτι ὁ α ὑπὸ
πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. ἐπεὶ γὰρ σύνθετός ἐστιν ὁ α, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ β.
καὶ εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ β, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός. μετρείτω,
καὶ ἔστω ὁ γ. καὶ ἐπεὶ ὁ γ τὸν β μετρεῖ, ὁ δὲ β τὸν α μετρεῖ, καὶ ὁ γ ἄρα τὸν α μετρεῖ. καὶ εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ γ, γεγονὸς
ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός. τοιαύτης δὴ γινομένης ἐπισκέψεως, ληφθήσεταί τις
πρῶτος ἀριθμὸς ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ὃς καὶ τὸν α μετρήσει. εἰ γὰρ οὐ ληφθήσεται, μετρήσουσι τὸν α
ἀριθμὸν ἄπειροι ἀριθμοί, ὧν ὁ ἕτερος τοῦ ἑτέρου ἐλάσσων ἐστίν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον ἐν ἀριθμοῖς. ληφθήσεταί τις
ἄρα πρῶτος ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ὃς καὶ τὸν α μετρήσει. ἅπας ἄρα σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ
λζ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.   Ἅπας ἀριθμὸς ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς μετρεῖται.
ἔστω ἀριθμὸς ὁ α. λέγω ὅτι ὁ α ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. εἰ μὲν οὖν πρῶτός ἐστιν ὁ α,
γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν πρῶτος ἀριθμός. ἅπας ἄρα ἀριθμὸς ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ
πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
λη Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. ἔστωσαν οἱ δοθέντες ὁποσοιοῦν ἀριθμοί, οἱ
α β γ. δεῖ δὴ εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς α β γ. οἱ α β γ γάρ ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν
ἢ οὔ. εἰ μὲν οὖν οἱ α β γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. εἰ δὲ οὔ,
εἰλήφθω τῶν α β γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον, ὁ δ. καὶ ὁσάκις ὁ δ ἕκαστον τῶν α β γ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες
ἔστωσαν ἐν ἑκάστῳ τῶν ε ζ η. καὶ ἕκαστος ἄρα τῶν ε ζ η ἕκαστον τῶν α β γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας.
οἱ ε ζ η τοὺς α β γ ἰσάκις μετροῦσιν· οἱ ε ζ η ἄρα τοῖς α β γ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσί. λέγω δὴ ὅτι

α β γ
δ ε ζ η
μ θ κ λ

ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μή, ἔσονταί τινες τῶν Ε Ζ Η ἐλάσσονες, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α Β Γ. ἔστωσαν οἱ Θ Κ Λ· ἰσάκις ἄρα ὁ Θ τὸν Α μετρεῖ καὶ ἑκάτερος τῶν Κ Λ ἑκάτερον ζκ τοῦ ζ
τῶν Β Γ. ὁσάκις δὲ ὁ Θ τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Μ· καὶ ἑκάτερος ἄρα τῶν Κ Λ ἑκάτερον τῶν Β Γ μετρεῖ
κατὰ τὰς ἐν τῷ Μ μονάδας. ἐπεὶ ὁ Θ τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Μ μονάδας, καὶ ὁ Μ ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Θ μονάδας.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁ Μ καὶ ἑκάτερον τῶν Β Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν ἑκατέρῳ τῶν Κ Λ μονάδας. ὁ Μ ἄρα τοὺς Α Β Γ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Θ διὰ ιϛ τοῦ ζ
τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Μ μονάδας, ὁ Θ ἄρα τὸν Μ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Ε Δ τῷ
ἐκ τῶν Θ Μ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Μ πρὸς τὸν Δ. μείζων δὲ ὁ Ε τοῦ Θ· μείζων ἄρα καὶ ὁ Μ τοῦ Δ. καὶ μετρεῖ τοὺς
Α Β Γ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὑπόκειται γὰρ ὁ Δ τῶν Α Β Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον. οὐκ ἄρα ἔσονταί τινες τῶν Ε Ζ Η ἐλάσ- διὰ ιθ τοῦ ζ
σονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α Β Γ. οἱ Ε Ζ Η ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς
Α Β Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

† διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν.

λϛ Δύο ἀριθμῶν δοθέντων εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν. ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ Α Β· δεῖ δὴ εὑρεῖν
ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν. οἱ Α Β γὰρ ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὔ. ἔστωσαν πρότερον οἱ Α Β πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους, καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Γ
πεποίηκεν. οἱ Α Β ἄρα τὸν Γ μετροῦσι. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ Α
Β, ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ. μετρείτωσαν τὸν Δ. καὶ ὁσάκις ὁ Α τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν
ἐν τῷ Ε. ὁσάκις δὲ ὁ Β τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ζ. ὁ μὲν Α ἄρα τὸν Ε πολλα-
πλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ δὲ Β τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Α
Ε τῷ ἐκ τῶν Β Ζ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε. οἱ δὲ Α Β πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι. διὰ ιθ τοῦ ζ
οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις, ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα. διὰ κγ τοῦ ζ / διὰ κ τοῦ ζ
ὁ Β ἄρα τὸν Ε μετρεῖ ὡς ἑπόμενος ἑπόμενον. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τοὺς Β Ε πολλαπλασιάσας τοὺς Γ Δ πε-
ποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. μετρεῖ δὲ ὁ Β τὸν Ε· μετρεῖ ἄρα ὁ Γ τὸν Δ, ὁ μείζων
τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Α Β μετροῦσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ. ὅταν διὰ ιζ τοῦ ζ
οἱ Α Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν. ὁ Γ ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν Α Β μετρεῖται. μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ Α Β
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α Β, οἱ Ζ Ε. διὰ λε / διὰ ιθ τοῦ ζ
ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Α Ε τῷ ἐκ τῶν Β Ζ. καὶ ὁ Α τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· καὶ ὁ Β ἄρα
τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. οἱ Α Β ἄρα τὸν Γ μετροῦσι. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστον.
εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ Α Β ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ. μετρείτωσαν τὸν Δ. καὶ ὁσάκις μὲν
ὁ Α τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Η. ὁσάκις δὲ ὁ Β τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονά-
δες ἔστωσαν ἐν τῷ Θ. ὁ μὲν Α ἄρα τὸν Η πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Α Η τῷ διὰ ιθ τοῦ ζ
ἐκ τῶν Β Θ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε. καὶ
ὡς ἄρα ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η. οἱ δὲ Ζ Ε ἐλάχιστοι. οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας
ἰσάκις, ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα. ὁ Ε ἄρα τὸν Η μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τοὺς
Ε Η πολλαπλασιάσας τοὺς Γ Δ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ὁ δὲ
Ε τὸν Η μετρεῖ· καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ, ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Α Β
μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ. ὁ Γ ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν Α Β μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι: +

δι' ἀντιστροφὴν τοῦ θ τοῦ ζ

γ α β
ζ ε
δ θ η

† ὁ δὲ Β τὸν Θ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν.

λζ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα μετρῶσιν, ὁ ἐλάχιστος ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος τὸν αὐτὸν μετρήσει.
δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α Β ἀριθμόν τινα τὸν Γ Δ μετρείτωσαν, ἐλάχιστον δὲ τὸν Ε. λέγω ὅτι καὶ ὁ Ε
τὸν Γ Δ μετρεῖ. εἰ γὰρ οὐ μετρεῖ ὁ Ε τὸν Γ Δ, ὁ Ε τὸν Δ Ζ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν Γ Ζ.

α β γ
ε ζ
δ

οἷον ἐὰν ὁ ιβ ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἕξει τῷ μετροῦντι ... ὁμώνυμον ἐστὶ ... ὁ γ
δείξωμεν ὅτι ὁ α ὁμώνυμον μέρος ἔχει τῷ β ... ὁμώνυμον ... ἔξει ...

καὶ ἐπεὶ οἱ α β τὸν ε μετροῦσιν, ὁ δὲ ε τὸν δζ μετρεῖ, καὶ οἱ α β ἄρα τὸν δζ μετρήσουσι. μετροῦσι δὲ καὶ πάλιν
τὸν γδ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν γζ μετρήσουσιν, ἐλάσσονα ὄντα τοῦ ε· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οὐ μετρεῖ ὁ ε
τὸν γδ· μετρεῖ ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν. ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοί, λη
οἱ α β γ. δεῖ δὴ εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν. εἰλήφθω γὰρ ὑπὸ δύο τῶν α β ἐλάχιστος μετρούμενος
ὁ δ. ὁ δὴ γ τὸν δ, ἤτοι μετρεῖ, ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον. μετροῦσι δὲ καὶ οἱ α β τὸν δ· οἱ ἄρα α β γ,
τὸν δ μετροῦσι. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ α β γ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ δ.
μετρείτωσαν τὸν ε. ἐπεὶ οὖν οἱ α β γ τὸν ε μετροῦσι, καὶ οἱ α β ἄρα τὸν ε μετροῦσι. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ
τῶν α β μετρούμενος τὸν ε μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν α β μετρούμενός ἐστιν ὁ δ· ὁ δ ἄρα τὸν ε μετρεῖ
ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ β γ μετροῦσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ δ·
οἱ α β γ ἄρα ἐλάχιστον τὸν δ μετροῦσι. μὴ μετρείτω δὴ πάλιν ὁ γ τὸν δ· καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν γ δ,
ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ ε. ἐπεὶ οὖν οἱ α β τὸν δ μετροῦσιν, ὁ δὲ δ τὸν ε μετρεῖ, καὶ οἱ α β
ἄρα τὸν ε μετροῦσι. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ γ τὸν ε· καὶ οἱ α β γ ἄρα τὸν ε μετροῦσι. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή,
μετρήσουσί τινα οἱ α β γ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ ε. μετρείτωσαν τὸν ζ. ἐπεὶ οἱ α β γ τὸν ζ μετροῦσι, καὶ
οἱ α β ἄρα τὸν ζ μετροῦσι. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν α β μετρούμενος τὸν ζ μετρήσει. ὁ δ ἄρα τὸν ζ μετρεῖ. μετρεῖ
δὲ καὶ ὁ γ τὸν ζ· οἱ δ γ ἄρα τὸν ζ μετροῦσιν· ὥστε καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν δ γ μετρούμενος μετρήσει τὸν ζ.
ὁ δὲ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν δ γ μετρούμενός ἐστιν ὁ ε· ὁ ε ἄρα τὸν ζ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ α β γ μετροῦσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ ε· ὁ ε ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ
τῶν α β γ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ἐὰν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἕξει τῷ μετροῦντι. ἀριθμὸς γὰρ ὁ α ὑπό τινος λθ
ἀριθμοῦ τοῦ β μετρείσθω. λέγω ὅτι ὁ α ὁμώνυμον μέρος ἔχει τῷ β. ὁσάκις γὰρ ὁ β τὸν α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες
ἔστωσαν ἐν τῷ γ. ἐπεὶ ὁ β τὸν α μετρεῖ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γ μονάδας, μετρεῖ δὲ καὶ ἡ δ μονὰς τὸν γ ἀριθμόν, κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μο-
νάδας, ἰσάκις ἄρα ἡ δ μονὰς τὸν γ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ β τὸν α. ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ δ μονὰς τὸν β ἀριθμὸν
μετρεῖ καὶ ὁ γ τὸν α. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ δ μονὰς τοῦ β ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ γ τοῦ α. ἡ δὲ δ μονὰς
τοῦ β ἀριθμοῦ μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον αὐτῷ. καὶ ὁ γ ἄρα τοῦ α μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ β. ὥστε ὁ α
μέρος ἔχει τὸν γ, ὁμώνυμον ὄντα τῷ β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχῃ ὁτιοῦν, ὑπὸ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει. ἀριθμὸς γὰρ ὁ α, μέρος μ
ἐχέτω ὁτιοῦν τὸν β· τῷ δὲ β μέρει ὁμώνυμος ἔστω ἀριθμὸς ὁ γ. λέγω ὅτι ὁ γ τὸν α μετρεῖ. ἐπεὶ γὰρ
ὁ β τοῦ α μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ γ, ἔστι δὲ καὶ ἡ δ μονὰς τοῦ γ μέρος ὁμώνυμον αὐτῷ, ὃ ἄρα μέρος
ἐστὶν ἡ δ μονὰς τοῦ γ ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ β τοῦ α. ἰσάκις ἄρα ἡ δ μονὰς τὸν γ ἀριθμὸν μετρεῖ
καὶ ὁ β τὸν α. ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ δ μονὰς τὸν β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ γ τὸν α. ὁ γ ἄρα τὸν α μετρεῖ·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

+ σχόλιον τοῦ λθ: ὁ δ μέρος ἔχει τὸ ιβ, ἤτοι τρίτον. ὑπὸ τοῦ ... τοῦ γ ἀριθμοῦ τοῦ ὁμωνύμου τῷ μέρει μετρηθήσεται ὁ β. ὁμοίως ὁ λ μέρος ἔχει τὸ ς, ἤτοι πέμπτον. ὑπὸ ... τοῦ ε ἀριθμοῦ τοῦ ὁμωνύμου τῷ μέρει μετρηθήσεται ὁ λ· πεντάκις γὰρ ς λ. ὁμοίως τοῦ ... ὅ ἐστι τρίτον τοῦ ιβ. ὑπὸ τοῦ ... ὁμωνύμου τῷ μέρει μετρηθήσεται:·

α β

γ δ

η α β γ

θ δ ε ζ

λη΄ Ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχῃ ὁτιοῦν, ὑπὸ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει. ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α μέρος ἐχέτω ὁτιοῦν τὸν Β. καὶ τῷ Β μέρει ὁμώνυμος ἔστω ἀριθμὸς ὁ Γ. λέγω ὅτι ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ. ἐπεὶ γὰρ ὁ Β τοῦ Α μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ Γ. ἔστι δὲ καὶ ἡ μονὰς τοῦ Γ μέρος ὁμώνυμον αὐτῷ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ μονὰς τοῦ Γ ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Β τοῦ Α. ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν Γ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Α. ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Γ τὸν Α. ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ΄ Ἀριθμὸν εὑρεῖν ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη. ἔστω τὰ δοθέντα μέρη τὰ Α Β Γ. δεῖ δὴ ἀριθμὸν εὑρεῖν ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα ~~ΑΒΓ~~ μέρη. ἔστωσαν τοῖς Α Β Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοὶ οἱ Δ Ε Ζ. καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Δ Ε Ζ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Η. ὁ Η ἄρα ὑπὸ τῶν Δ Ε Ζ μετρεῖται. τοῖς δὲ Δ Ε Ζ ὁμώνυμα μέρη ἐστὶ τὰ Α Β Γ ~~τὰ ΑΒΓ μέρη~~. ὁ Η ἄρα ὁμώνυμα μέρη ἕξει τοῖς Δ Ε Ζ. ... τὰ Α Β Γ μέρη. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστος ὤν. εἰ γὰρ μή, ὁ Η ἐλάχιστος ... τὰ Α Β Γ. ὁ Η ἄρα ἔχει τὰ Α Β Γ μέρη. ἔσται τις τοῦ Η ἐλάττων ἀριθμὸς ὃς ἕξει τὰ Α Β Γ μέρη. ἔστω ὁ Θ. ἐπεὶ ὁ Θ ἔχει τὰ Α Β Γ μέρη, ὁ Θ ἄρα ὑπὸ ὁμωνύμων ἀριθμῶν μετρηθήσεται τοῖς Α Β Γ μέρεσι. τοῖς δὲ Α Β Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοί εἰσιν οἱ Δ Ε Ζ. ὁ Θ ἄρα ὑπὸ τῶν Δ Ε Ζ μετρεῖται. ὁ Θ ἄρα ἐλάττων τοῦ Η· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσται τις τοῦ Η ἐλάττων ἀριθμὸς ὃς ἕξει τὰ Α Β Γ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

† σχό. ἀριθμ. ἀρ.: τὸ ς΄. γ΄. δ΄. ε΄. ς΄. ζ΄. η΄. θ΄. ι΄. ια΄. ιβ΄ ... ἀριθμοὶ ... λαβεῖν τὸν ὁμώνυμον αὐτοῖς ἀριθμόν ... τουτέστι τοὺς β΄ ς΄ τὸν δ΄ ... τὸν ... ἐπὶ τὸν δ΄ ... τὸν γ΄ ἐπὶ τὸν δ΄ ... ιβ΄. τὰ ιβ΄ ἐπὶ τὸν ε΄ ... ξ΄. τὰ ξ΄ ἐπὶ τὸν ς΄ ... τξ΄. τὸν τξ΄ ἐπὶ τὸν ζ΄ ... ,βφκ΄ ... τὸν ,βφκ΄ ἐπὶ τὸν ια΄ ... τὸν ... ιβ΄ ... οὗτος ἔχει τὰ δοθέντα μέρη ... ὁ δὲ ... ιβ΄ ... οὕτως δὴ πολλαπλασιάζοντες εὑρίσκομεν τὸν ἀριθμὸν τὸν ἐλάττονα ἔχοντα ταῦτα τὰ μέρη.

+ τῶν τριγώνων

τὰ μὲν ἰσόπλευρά ἐστι τὰ ἔχοντα τὰς τρεῖς πλευρὰς ἴσας. τούτοις ἐοίκασιν αἱ τῶν καθαρῶν ψυχαὶ ... ὀρθῶς πολιτευόμεναι

τὰ δὲ ἰσοσκελῆ τὰ ἔχοντα τὰς δύο μόνας πλευρὰς ἴσας. τούτοις ... ἔχοντας καθαρ. κωλυούσας δὲ περὶ τὸ πάθος:

τὰ δὲ σκαληνὰ τὰ ἔχοντα τὰς τρεῖς πλευρὰς ἀνίσους. τοῦτο τῶν ἀκαθάρτων:

τῶν τριγώνων, τὰ μὲν ὀρθογώνια τὰ ἔχοντα μίαν ὀρθὴν γωνίαν: τὰ δὲ ἀμβλυγώνια τὰ ἔχοντα μίαν ἀμβλεῖαν γωνίαν:

+ ... ἀμβλεῖαν ...:

τὰ δὲ ὀξυγώνια τὰ ἔχοντα τὰς τρεῖς γωνίας ὀξείας:

+ ... ὀξέων ... γράμμασι. ... ἀρεσκούσας ...

ὁ ... πλῆθος ... σοφοῖς ... χρήματα ... ἐκ ... τόδε.

πάσης ... σοφίης ... πάντη ... ἀμαθίης:

† [illegible]

† [illegible]

Εὐκλείδου στοιχείων ὄγδοον

α

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ αβγδ· οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ αδ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω ὅτι οἱ αβγδ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. εἰ γὰρ μή, ἔστωσαν ἐλάττονες τῶν αβγδ, οἱ εζηθ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες αὐτοῖς. καὶ ἐπεὶ οἱ αβγδ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς εζηθ, καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν αβγδ τῷ πλήθει τῶν εζηθ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς τὸν δ, ὁ ε πρὸς τὸν θ. οἱ δὲ αδ πρῶτοι· οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας, ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ α τὸν ε, ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ εζηθ ἐλάσσονες ὄντες τῶν αβγδ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν αὐτοῖς. οἱ αβγδ ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

α β γ δ

ε ζ η θ

β

Ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους ἂν ἐπιτάξῃ τις ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ. ἔστω ὁ δοθεὶς λόγος ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς, ὁ τοῦ α πρὸς τὸν β· δεῖ δὴ ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους ὅσους ἄν τις ἐπιτάξῃ ἐν τῷ τοῦ α πρὸς τὸν β λόγῳ. ἐπιτετάχθωσαν δὴ τέσσαρες· καὶ ὁ α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, τὸν γ ποιείτω· τὸν δὲ β πολλαπλασιάσας, τὸν δ ποιείτω· καὶ ἔτι ὁ β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, τὸν ε ποιείτω· καὶ ἔτι ὁ α τοὺς γδε πολλαπλασιάσας, τοὺς ζηθ ποιείτω· ὁ δὲ β τὸν ε πολλαπλασιάσας, τὸν κ ποιείτω. καὶ ἐπεὶ ὁ α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν γ πεποίηκε, τὸν δὲ β πολλαπλασιάσας τὸν δ πεποίηκεν, ἀριθμὸς δὴ ὁ α δύο ἀριθμοὺς τοὺς αβ πολλαπλασιάσας, τοὺς γδ πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν δ. πάλιν ἐπεὶ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν δ πεποίηκεν, ὁ δὲ β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν ε πεποίηκεν, ἑκάτερος ἄρα τῶν αβ τὸν β πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν δε πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ε. ἀλλ' ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ γ πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ε. καὶ ἐπεὶ ὁ α τοὺς γδ πολλαπλασιάσας τοὺς ζη πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ γ πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν η. ὡς δὲ ὁ γ πρὸς τὸν δ, οὕτως ἦν ὁ α πρὸς τὸν β· καὶ ὡς ἄρα ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν η. πάλιν ἐπεὶ ὁ α τοὺς δε πολλαπλασιάσας τοὺς ηθ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ δ πρὸς τὸν ε, ὁ η πρὸς τὸν θ. ἀλλ' ὡς ὁ δ πρὸς τὸν ε, ὁ α πρὸς τὸν β· καὶ ὡς ἄρα ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ η πρὸς τὸν θ. καὶ ἐπεὶ οἱ αβ τὸν ε πολλαπλασιάσαντες τοὺς θκ πεποιήκασιν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ θ πρὸς τὸν κ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως

α β

γ δ ε

ζ η θ κ

ζ η θ κ

α β

γ δ ε

ζ η θ κ

ὁ τε ζ πρὸς τὸν η καὶ ὁ η πρὸς τὸν θ· καὶ ὡς ἄρα ὁ ζ πρὸς τὸν η, οὕτως ὁ η πρὸς τὸν θ. ἔτι ὁ θ πρὸς τὸν κ. οἱ γ δ ε ἄρα καὶ οἱ ζ η θ κ, ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ α πρὸς τὸν β λόγῳ. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. ἐπεὶ γὰρ οἱ α β ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· οἱ δὲ ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, οἱ α β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. οἱ α β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί· καὶ ἑκάτερος μὲν τῶν α β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, ἑκάτερον τῶν γ ε πεποίηκεν. ἑκάτερον δὲ τῶν γ ε πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν ζ κ πεποίηκεν, οἱ γ ε ἄρα καὶ οἱ ζ κ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐὰν δὲ ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον. οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· οἱ γ δ ε ἄρα καὶ οἱ ζ η θ κ, ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς α β. ὅπερ ἔδει δεῖξαι: πόρισμα. Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι ὦσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν τετράγωνοί εἰσιν· ἐὰν δὲ τέσσαρες, κύβοι:- διὰ κα τοῦ ζ · διὰ κβ τοῦ ζ

γ Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον. ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ α β γ δ. λέγω ὅτι οἱ ἄκροι αὐτῶν οἱ α δ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. εἰλήφθωσαν γὰρ δύο μὲν ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι τῷ τῶν α β γ δ λόγῳ, οἱ ε ζ· τρεῖς δὲ οἱ η θ κ· καὶ αἰεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλείους· ἕως τὸ λαμβανόμενον πλῆθος, ἴσον γένηται τῷ πλήθει τῶν α β γ δ. εἰλήφθωσαν· καὶ ἔστωσαν οἱ λ μ ν ξ· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ λ ξ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ ε ζ πρῶτοι εἰσίν. ἑκάτερος δὲ αὐτῶν ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν η κ πεποίηκεν. ἑκάτερον δὲ τῶν η κ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν λ ξ πεποίηκεν, οἱ η κ ἄρα πρῶτοι· καὶ οἱ λ ξ. καὶ ἐπεὶ οἱ α β γ δ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. εἰσὶ δὲ καὶ οἱ λ μ ν ξ ἐλάχιστοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς α β γ δ. καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν α β γ δ τῷ πλήθει τῶν λ μ ν ξ, ἕκαστος ἄρα τῶν α β γ δ ἑκάστῳ τῶν λ μ ν ξ ἴσος ἐστίν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν α τῷ λ· ὁ δὲ δ τῷ ξ· καὶ εἰσὶν οἱ λ ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἴσος δὲ ὁ μὲν λ τῷ α· ὁ δὲ ξ τῷ δ· καὶ οἱ α δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:- διὰ λε τοῦ ζ · διὰ κθ τοῦ ζ · διὰ κζ τοῦ ζ · διὰ κγ τοῦ ζ

α β γ δ

ε ζ

η θ κ

λ μ ν ξ

δ Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς, ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις. ἔστωσαν οἱ δοθέντες λόγοι ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς, ὅ τε τοῦ α πρὸς τὸν β· καὶ ὁ τοῦ γ πρὸς τὸν δ· καὶ ἔτι ὁ τοῦ ε πρὸς τὸν ζ· δεῖ δὴ ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἐλαχίστους ἔν τε τῷ τοῦ α πρὸς τὸν β λόγῳ καὶ ἐν τῷ τοῦ γ πρὸς τὸν δ· καὶ ἔτι ἐν τῷ τοῦ ε πρὸς τὸν ζ· εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν β γ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ η. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ β τὸν η μετρεῖ, τοσαυτάκις ὁ α τὸν θ μετρείτω. ὁσάκις δὲ ὁ γ τὸν η μετρεῖ, τοσαυτάκις ὁ δ τὸν κ μετρείτω· ὁ δὲ ε τὸν κ, ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον. καὶ ὁσάκις ὁ ε τὸν κ μετρεῖ, τοσαυτάκις ὁ ζ τὸν λ μετρείτω. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ὁ α τὸν θ μετρεῖ. καὶ ὁ β τὸν η, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως καὶ ὁ θ πρὸς τὸν η. διὰ ταῦτα δὴ καὶ ὡς ὁ γ πρὸς τὸν δ, οὕτως

διὰ λε τοῦ ζ

διὰ λδ τοῦ ζ

ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῶν ἀναλόγων. ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῶν ἀνάλογων. ἐκ τοῦ ιζ τοῦ ζ ὁσάκις οἱ [illegible] τοσαυτάκις [illegible] αὐτῶν

ἐπεὶ γὰρ ὡς ὁ η πρὸς τὸν θ, οὕτως ὁ π πρὸς τὸν ρ· ὡς δὲ ὁ θ πρὸς τὸν κ, οὕτως ὁ ρ πρὸς τὸν σ· δι' ἴσου ἄρα ὡς ὁ η πρὸς τὸν κ, οὕτως ὁ π πρὸς τὸν σ. ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ὁ η πρὸς τὸν π, οὕτως ὁ κ πρὸς τὸν σ. μετρεῖ δὲ ὁ η τὸν π· καὶ ὁ κ ἄρα τὸν σ μετρήσει:-

α β γ δ ε ζ

καὶ ὁ η πρὸς τὸν κ· καὶ ἔτι ὡς ὁ ε πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ κ πρὸς τὸν λ· οἱ θ η κ λ ἄρα ἑξῆς εἰσιν ἔν τε τῷ τοῦ α πρὸς τὸν β, καὶ ἐν τῷ τοῦ γ πρὸς τὸν δ· καὶ ἔτι ἐν τῷ τοῦ ε πρὸς τὸν ζ λόγῳ. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ θ η κ λ ἑξῆς ἐλάχιστοι ἔν τε τοῖς τοῦ α πρὸς τὸν β· καὶ τοῦ γ πρὸς τὸν δ· καὶ ἔτι τοῦ ε πρὸς τὸν ζ λόγοις, ἔσονταί τινες τῶν η θ κ λ ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἔν τε τοῖς τοῦ α πρὸς τὸν β· καὶ τοῦ γ πρὸς τὸν δ· καὶ ἔτι τοῦ ε πρὸς τὸν ζ λόγοις. ἔστωσαν οἱ ν ξ μ ο· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ ν πρὸς τὸν ξ. οἱ δὲ α β ἐλάχιστοι. οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις, ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάττων τὸν ἐλάττονα· τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον· καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ὁ β ἄρα τὸν ξ μετρεῖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ γ τὸν ξ μετρεῖ. οἱ γ β ἄρα τὸν ξ μετροῦσι. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν γ β μετρούμενος, τὸν ξ μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν β γ μετρούμενος, ἐστὶν ὁ η· ὁ η ἄρα τὸν ξ μετρεῖ· ὁ μείζων τὸν ἐλάττονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονταί τινες τῶν η θ κ λ ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐν τῷ τοῦ α πρὸς τὸν β· καὶ τοῦ γ πρὸς τὸν δ· καὶ ἔτι τοῦ ε πρὸς τὸν ζ λόγῳ. μὴ μετρείτω δὴ ὁ ε τὸν κ. καὶ εἰλήφθω ὁ ὑπὸ τῶν ε κ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ μ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ κ τὸν μ μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ἑκάτερος τῶν η θ, ἑκάτερον τῶν ν ξ μετρείτω· ~~καὶ ἔτι~~ ὁσάκις δὲ ὁ ε τὸν μ μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ὁ ζ τὸν ο μετρείτω. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ὁ η τὸν ν μετρεῖ· καὶ ὁ θ τὸν ξ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ η πρὸς τὸν θ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν β. καὶ ὡς ἄρα ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ ν πρὸς τὸν ξ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ γ πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ ξ πρὸς τὸν μ. πάλιν ἐπεὶ ἰσάκις ὁ ε τὸν μ μετρεῖ καὶ ὁ ζ τὸν ο, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ε πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ μ πρὸς τὸν ο· οἱ ν ξ μ ο ἄρα ἑξῆς εἰσιν ἐν τοῖς τοῦ τε α πρὸς τὸν β· καὶ τοῦ γ πρὸς τὸν δ· καὶ τοῦ ε πρὸς τὸν ζ λόγοις. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ ν ξ μ ο ἑξῆς ἐλάχιστοι ἐν τοῖς α β· γ δ· ε ζ λόγοις, ἔσονταί τινες τῶν ν ξ μ ο ἐλάττονες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐν τοῖς α β· γ δ· ε ζ λόγοις. ἔστωσαν οἱ π ρ σ τ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ π πρὸς τὸν ρ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν β· οἱ δὲ α β ἐλάχιστοι. οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον, καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον, ὁ β ἄρα τὸν ρ μετρεῖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ γ τὸν ρ μετρεῖ. οἱ β γ ἄρα τὸν ρ μετροῦσι. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν β γ μετρούμενος, τὸν ρ μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν β γ μετρούμενος, ἐστὶν ὁ η· ὁ η ἄρα τὸν ρ μετρεῖ. καὶ ἔστιν ὡς ὁ η πρὸς τὸν ρ, οὕτως ὁ κ πρὸς τὸν σ. καὶ ὁ κ ἄρα τὸν σ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ ε τὸν σ. οἱ ε κ ἄρα τὸν σ μετροῦσι. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν ε κ μετρούμενος, τὸν σ μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν ε κ μετρούμενος, ἐστὶν ὁ μ· ὁ μ ἄρα τὸν σ μετρεῖ· ὁ μείζων τὸν ἐλάττονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονταί τινες τῶν ν ξ μ ο ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἔν τε τοῖς τοῦ α πρὸς τὸν β· καὶ τοῦ γ πρὸς τὸν δ· καὶ ἔτι τοῦ ε πρὸς τὸν ζ λόγοις. οἱ ν ξ μ ο ἄρα ἑξῆς ἐλάχιστοί εἰσιν ἐν τοῖς α β γ δ ε ζ λόγοις. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

θ η κ λ

ν ξ μ ο

π ρ σ τ

α β γ δ ε ζ

θ η κ λ

ν ξ μ ο

π ρ σ τ

ε Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. ἔστωσαν

+ [illegible] ὅτι [illegible] πλα[illegible] :·
+ [illegible] ἀπὸ τοῦ πρώτου τῶν ἀριθμῶν [illegible] ὀνομαζόμενοι [illegible] ἀπὸ τοῦ [illegible] ἡμιμοῦ [illegible]
πολυπλάσιος [illegible] ὥστε τριπλάσιος λόγος ἀπὸ τοῦ [illegible]
λόγου τοῦ διπλασι[illegible] :·

ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ α β· καὶ τοῦ μὲν α πλευραὶ ἔστωσαν οἱ γ δ ἀριθμοί· τοῦ δὲ β, οἱ ε ζ·
λέγω ὅτι ὁ α πρὸς τὸν β, λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. λόγων γὰρ δοθέντων
τοῦ τε ὃν ἔχει ὁ γ πρὸς τὸν ε· καὶ ὁ δ πρὸς τὸν ζ, εἰλήφθωσαν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐλάχιστοι
ἐν τοῖς γε δζ λόγοις, οἱ η θ κ· ὥστε εἶναι ὡς μὲν τὸν γ πρὸς τὸν ε, οὕτως τὸν η πρὸς τὸν θ·
ὡς δὲ τὸν δ πρὸς τὸν ζ, οὕτως τὸν θ πρὸς τὸν κ· οἱ ἄρα η θ κ πρὸς ἀλλήλους ἔχουσι τοὺς τῶν
πλευρῶν λόγους· ἀλλ' ὁ τοῦ η πρὸς τὸν κ λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ τοῦ η πρὸς τὸν θ· καὶ τοῦ τοῦ
θ πρὸς τὸν κ· ὁ η ἄρα πρὸς τὸν κ, λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. λέγω ὡς
ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ η πρὸς τὸν κ· ὁ δ γὰρ τὸν ε πολλαπλασιάσας, τὸν
λ ποιείτω· καὶ ἐπεὶ ὁ δ τὸν μὲν γ πολλαπλασιάσας, τὸν α πεποίηκε· τὸν δὲ ε πολλαπλα-
σιάσας τὸν λ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ γ πρὸς τὸν ε, οὕτως ὁ η πρὸς τὸν θ· καὶ ὡς ἄρα
ὁ η πρὸς τὸν θ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν λ· πάλιν ἐπεὶ ὁ ε τὸν δ πολλαπλασιάσας τὸν λ πεποί-
ηκεν· ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν ζ πολλαπλασιάσας τὸν β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ δ πρὸς τὸν ζ,
οὕτως ὁ λ πρὸς τὸν β· ἀλλ' ὡς ὁ δ πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ θ πρὸς τὸν κ· καὶ ὡς ἄρα ὁ θ
πρὸς τὸν κ, οὕτως ὁ λ πρὸς τὸν β· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ η πρὸς τὸν θ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν λ·
δι' ἴσου ἄρα ἐστίν· ὡς ὁ η πρὸς τὸν κ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν β· ὁ δὲ η πρὸς τὸν κ, λόγον ἔχει
τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· καὶ ὁ α ἄρα, λόγον ἔχει πρὸς τὸν β, τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν·

ϛ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον· ὁ δὲ πρῶτος τὸν δεύτερον ὅπερ ἔδει δεῖξαι :·
μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει· ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον
οἱ α β γ δ ε· ὁ δὲ α τὸν β μὴ μετρείτω· λέγω ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει. ὅτι
μὲν οὖν οἱ α β γ δ ε· ἑξῆς ἀλλήλους οὐ μετροῦσι, φανερόν· οὐδὲ γὰρ ὁ α τὸν β μετρεῖ. λέγω
δὴ ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει. λέγω γὰρ ὅτι οὐ μετρεῖ ὁ α τὸν γ. ὅσοι γὰρ
εἰσὶν οἱ α β γ, τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων
τοῖς α β γ, οἱ ζ η θ· καὶ ἐπεὶ οἱ ζ η θ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς α β γ· καὶ ἔστιν ἴσον τὸ
πλῆθος τῶν α β γ· τῷ πλήθει τῶν ζ η θ, δι' ἴσου ἄρα ἐστίν· ὡς ὁ α πρὸς τὸν γ, οὕτως ὁ ζ
πρὸς τὸν θ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β· οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν η· οὐ μετρεῖ δὲ ὁ α τὸν β,
οὐ μετρεῖ ἄρα οὐδὲ ὁ ζ τὸν η· οὐκ ἄρα μονάς ἐστιν ὁ ζ· ἡ γὰρ μονὰς πάντα ἀριθμὸν μετρεῖ·
καὶ εἰσὶν οἱ ζ θ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· οὐδὲ ὁ ζ ἄρα τὸν θ μετρεῖ· καὶ ἔστιν ὡς ὁ ζ πρὸς τὸν θ,
οὕτως ὁ α πρὸς τὸν γ· οὐδὲ ὁ α ἄρα τὸν γ μετρεῖ· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα

ζ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον· ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :·
μετρῇ, καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει· ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ α β
γ δ· ὁ δὲ α τὸν δ μετρείτω· λέγω ὅτι καὶ ὁ α τὸν β μετρεῖ· εἰ γὰρ μὴ μετρεῖ ὁ α τὸν β, οὐδὲ
ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ὁ α τὸν δ μετρῶν· μετρεῖ δὲ
ὁ α τὸν δ· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ α τὸν β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :·

η

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς
αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς

τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς, μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.
Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α Β, μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν, οἱ Γ Δ·
καὶ πεποιήσθω ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. λέγω ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς Α Β μεταξὺ κατὰ
τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Ε Ζ μεταξὺ κατὰ
τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται. ὅσοι γάρ εἰσι τῷ πλήθει οἱ Α Β Γ Δ, τοσοῦτοι εἰλή-
φθωσαν οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α Β Γ Δ, οἱ Η Θ Κ Λ· οἱ ἄρα
ἄκροι αὐτῶν οἱ Η Λ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. καὶ ἐπεὶ οἱ Α Β Γ Δ τοῖς Η Θ Κ Λ ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ εἰσί, καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Α Β Γ Δ τῷ πλήθει τῶν Η Θ Κ Λ, δι' ἴσου
ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Λ. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς
τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Λ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. οἱ δὲ Η Λ πρῶτοι. οἱ δὲ πρῶτοι καὶ
ἐλάχιστοι. οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοί, μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς, ἰσάκις
ὅ, τε μείζων τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· τουτέστιν ὅ, τε ἡγούμενος
τὸν ἡγούμενον, καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον. ἰσάκις ἄρα ὁ Η τὸν Ε μετρεῖ, ὁ Λ τὸν Ζ.
ὁσάκις δὲ ὁ Η τὸν Ε μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ἑκάτερος τῶν Θ Κ, ἑκάτερον τῶν Μ Ν
μετρείτω· οἱ Η Θ Κ Λ ἄρα τοὺς Ε Μ Ν Ζ ἰσάκις μετροῦσιν. οἱ Η Θ Κ Λ ἄρα τοῖς Ε Μ Ν Ζ,
ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. ἀλλ' οἱ Η Θ Κ Λ, τοῖς Α Γ Δ Β ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσί· καὶ οἱ Α Γ Δ Β,
τοῖς Ε Μ Ν Ζ, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. οἱ δὲ Α Γ Δ Β, ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι· καὶ οἱ Ε Μ Ν Ζ, ἑξῆς
ἀνάλογόν εἰσιν. ὅσοι ἄρα εἰς τοὺς Α Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθ-
μοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Ε Ζ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· ὅπερ
Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι· καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ ἔδει δεῖξαι. θ
κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ
συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονά-
δος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται. ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι
πρὸς ἀλλήλους οἱ Α Β. καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέ-
τωσαν οἱ Γ Δ· καὶ ἐκκείσθω ἡ Ε μονάς. λέγω ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς Α Β μεταξὺ κατὰ τὸ
συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου τῶν Α Β καὶ τῆς
μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται. εἰλήφθωσαν γὰρ δύο μὲν ἀρι-
θμοὶ ἐλάχιστοι ἐν τῷ τῶν Α Γ Δ Β λόγῳ ὄντες, οἱ Ζ Η· τρεῖς δὲ οἱ Θ Κ Λ· καὶ ἀεὶ ἑξῆς
ἑνὶ πλείους, ἕως ἂν ἴσον γένηται τὸ πλῆθος αὐτῶν, τῷ πλήθει τῶν Α Γ Δ Β. εἰλήφθωσαν
καὶ ἔστωσαν οἱ Μ Ν Ξ Ο. φανερὸν δὴ ὅτι ὁ μὲν Ζ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, τὸν Θ πεποίη-
κεν, τὸν δὲ Θ πολλαπλασιάσας, τὸν Μ πεποίηκεν. καὶ ὁ Η ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας,
τὸν Λ πεποίηκε, τὸν δὲ Λ πολλαπλασιάσας, τὸν Ο πεποίηκε. καὶ ἐπεὶ οἱ Μ Ν Ξ Ο ἐλάχι-
στοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Ζ Η· εἰσὶ δὲ καὶ οἱ Α Γ Δ Β ἐλάχιστοι τῶν τὸν

αὐτὸν λόγον ἔχοντα τοῖς η ξ. καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν μ ν ξ ο τῷ πλήθει τῶν α γ δ β·
ἕκαστος ἄρα τῶν μ ν ξ ο ἑκάστῳ τῶν α γ δ β ἴσος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν μ τῷ α, ὁ δὲ ο
τῷ β. καὶ ἐπεὶ ὁ ζ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν θ πεποίηκεν, ὁ ζ ἄρα τὸν θ μετρεῖ κατὰ τὰς
ἐν τῷ ζ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ ε μονὰς τὸν ζ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἰσάκις ἄρα
ἡ ε μονὰς τὸν ζ ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ ζ τὸν θ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ε μονὰς πρὸς τὸν ζ ἀριθμόν,
οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν θ. πάλιν ἐπεὶ ὁ ζ τὸν θ πολλαπλασιάσας τὸν μ πεποίηκεν, ὁ θ ἄρα
τὸν μ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ζ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ ε μονὰς τὸν ζ ἀριθμὸν κατὰ τὰς
ἐν αὐτῷ μονάδας. ἰσάκις ἄρα ἡ ε μονὰς τὸν ζ ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ θ τὸν μ. ἔστιν ἄρα
ὡς ἡ ε μονὰς πρὸς τὸν ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ θ πρὸς τὸν μ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ε μονὰς πρὸς
τὸν ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν θ· καὶ ὡς ἄρα ὁ θ πρὸς τὸν μ. ὁ δὲ μ τῷ α ἴσος ἐστίν· ἔστιν ἄρα
ὡς ἡ ε μονὰς πρὸς τὸν ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν θ, καὶ ὁ θ πρὸς τὸν α. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ
ὡς ἡ ε μονὰς πρὸς τὸν η ἀριθμόν, οὕτως ὁ η πρὸς τὸν λ, καὶ ὁ λ πρὸς τὸν β. ὅσοι ἄρα εἰς τοὺς α β
μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου τῶν α β καὶ
μονάδος τῆς ε μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί,
ὅσοι ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν
ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται. δύο γὰρ ἀριθμῶν
τῶν α β καὶ μονάδος τῆς γ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοί, οἱ
δ ε καὶ οἱ ζ η. λέγω ὅτι ὅσοι ἑκατέρου τῶν α β καὶ μονάδος τῆς γ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνά-
λογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς α β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον
ἐμπεσοῦνται. ὁ δ γὰρ τὸν ζ πολλαπλασιάσας τὸν θ ποιείτω. ἑκάτερος δὲ τῶν δ ζ τὸν
θ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν κ λ ποιείτω. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ γ μονὰς πρὸς τὸν δ
ἀριθμόν, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ε, ἰσάκις ἄρα ἡ γ μονὰς τὸν δ ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ δ τὸν ε.
ἡ δὲ γ μονὰς τὸν δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας· + ὁ δ ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλα-
σιάσας τὸν ε πεποίηκε. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ γ μονὰς πρὸς τὸν δ ἀριθμόν, οὕτως ὁ ε πρὸς
τὸν α, ἰσάκις ἄρα ἡ γ μονὰς τὸν δ ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ ε τὸν α. ἡ δὲ γ μονὰς τὸν δ ἀριθμὸν
μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας· + ὁ δ ἄρα τὸν ε πολλαπλασιάσας τὸν α πεποίηκε.
διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μὲν ζ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν η πεποίηκε, τὸν δὲ η πολλα-
πλασιάσας τὸν β πεποίηκε. καὶ ἐπεὶ ὁ δ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν ε πεποίηκε,
τὸν δὲ ζ πολλαπλασιάσας τὸν θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ δ πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ ε πρὸς
τὸν θ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ δ πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ θ πρὸς τὸν η. καὶ ὡς ἄρα ὁ ε πρὸς
τὸν θ, οὕτως ὁ θ πρὸς τὸν η. πάλιν ἐπεὶ ὁ δ ἑκάτερον τῶν ε θ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον
τῶν α κ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ε πρὸς τὸν θ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν κ. ἀλλ' ὡς ὁ ε πρὸς τὸν θ,
οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν κ. πάλιν ἐπεὶ ἑκάτερος

τῶν Δ, Ξ· τὸν Θ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Κ, Λ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ξ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ. ἀλλ' ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ξ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Κ. ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ. ἔτι ἐπεὶ ὁ Ξ ἑκάτερον τῶν Θ, Η πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Λ, Ε πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Ε. ὡς δὲ ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ξ. ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ξ, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ἀλλ' ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ξ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Κ· ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ξ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Κ, ὁ Κ πρὸς τὸν Λ, ὁ Λ πρὸς τὸν Β· οἱ Α, Κ, Λ, Β ἄρα κατὰ τὸ συνεχὲς ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον. ὅσοι ἄρα ἑκατέρου τῶν Α, Β καὶ τῆς μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιαʹ

Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἐστὶν ἀνάλογον ἀριθμός· καὶ ὁ τετράγωνος πρὸς τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν. ἔστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β· καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ. λέγω ὅτι τῶν Α, Β εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός· καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω. καὶ ἐπεὶ τετράγωνός ἐστιν ὁ Α, πλευρὰ δὲ αὐτοῦ ἐστιν ὁ Γ, ὁ Γ ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκε. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ἐπεὶ οὖν ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Γ, Δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α, Ε πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε. πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκε, δύο δὴ ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν τὸν Δ πολλαπλασιάσαντες τοὺς Ε, Β πεποιήκασιν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Β. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Β. τῶν Α, Β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμὸς ὁ Ε. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ἐπεὶ γὰρ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Α, Ε, Β, ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Α πρὸς τὸν Ε. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πλευρὰ πρὸς τὴν Δ.

ιβʹ

Δύο κύβων ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί· καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν. ἔστωσαν κύβοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β· καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ. λέγω ὅτι τῶν Α, Β δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί· καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ὁ Γ γὰρ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω· τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω· ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω· ἑκάτερος δὲ τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Θ, Κ ποιείτω. καὶ ἐπεὶ κύβος ἐστὶν ὁ Α, πλευρὰ δὲ αὐτοῦ ὁ Γ, ὁ Γ ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκε· τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκε. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκε· τὸν δὲ Η πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκε.

καὶ ἔτι ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Γ, Δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ε, Ζ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Ε, Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α, Θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ. ὡς δὲ ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ. πάλιν ἐπεὶ ἑκάτερος τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Θ, Κ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ. πάλιν ἐπεὶ ὁ Δ ἑκάτερον τῶν Ζ, Η πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Κ, Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Β. ὡς δὲ ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὅ τε Α πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν Κ καὶ ὁ Κ πρὸς τὸν Β. τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Θ, Κ. λέγω δή, ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Α, Θ, Κ, Β, ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Α πρὸς τὸν Θ· ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἀνάλογον ἔσονται· καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται, καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει. Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ, καὶ οἱ Α, Β, Γ ἑαυτοὺς μὲν πολλαπλασιάσαντες τοὺς Δ, Ε, Ζ ποιείτωσαν, τοὺς δὲ Δ, Ε, Ζ πολλαπλασιάσαντες τοὺς Η, Θ, Κ ποιείτωσαν· λέγω ὅτι οἵ τε Δ, Ε, Ζ καὶ οἱ Η, Θ, Κ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν. ὁ μὲν γὰρ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν Α, Β τὸν Λ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Μ, Ν ποιείτω. καὶ πάλιν ὁ μὲν Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ξ ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν Β, Γ τὸν Ξ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ο, Π ποιείτω. ὁμοίως δὴ τοῖς ἐπάνω δείξομεν ὅτι οἱ Δ, Λ, Ε καὶ οἱ Η, Μ, Ν, Θ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ, καὶ ἔτι οἱ Ε, Ξ, Ζ καὶ οἱ Θ, Ο, Π, Κ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ Β πρὸς τὸν Γ λόγῳ. καί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ· καὶ οἱ Δ, Λ, Ε ἄρα τοῖς Ε, Ξ, Ζ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσί, καὶ ἔτι οἱ Η, Μ, Ν, Θ τοῖς Θ, Ο, Π, Κ. καί ἐστιν ἴσον τὸ μὲν τῶν Δ, Λ, Ε πλῆθος τῷ τῶν Ε, Ξ, Ζ πλήθει, τὸ δὲ τῶν Η, Μ, Ν, Θ τῷ τῶν Θ, Ο, Π, Κ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς μὲν ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ὡς δὲ ὁ Η πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει. Ἔστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, πλευραὶ δὲ αὐτῶν ἔστωσαν οἱ Γ, Δ, ὁ δὲ Α τὸν Β μετρείτω· λέγω ὅτι καὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ. ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω· οἱ Α, Ε, Β ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Ε, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι, καὶ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Ε. καί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ. Ἀλλὰ δὴ μετρείτω ὁ Γ τὸν Δ·

λέγω ὅτι καὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ὁμοίως δείξομεν ὅτι οἱ Α Ε Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε. μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ. μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Ε. καὶ εἰσιν οἱ Α Ε Β ἑξῆς ἀνάλογον. μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Β. ἐὰν ἄρα τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει. κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α κύβον τὸν Β μετρείτω, καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ. λέγω ὅτι ὁ Γ τὸν Δ μετρήσει. ὁ Γ γὰρ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, καὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω, καὶ ἑκάτερος δὲ τῶν Γ Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Θ Κ ποιείτω. φανερὸν δὴ ὅτι οἱ Ε Ζ Η καὶ οἱ Α Θ Κ Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι. καὶ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β. μετρεῖ ἄρα καὶ τὸν Θ. καὶ ἔστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ. ἀλλὰ δὴ μετρείτω ὁ Γ τὸν Δ. λέγω ὅτι καὶ ὁ Α τὸν Β μετρήσει. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οἱ Α Θ Κ Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ, καί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ, καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Θ μετρεῖ. ὥστε καὶ τὸν Β μετρεῖ ὁ Α. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει. ἔστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ Α Β, πλευραὶ δὲ αὐτῶν ἔστωσαν οἱ Γ Δ, καὶ μὴ μετρείτω ὁ Α τὸν Β. λέγω ὅτι οὐδὲ ὁ Γ τὸν Δ μετρήσει. εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, μετρήσει καὶ ὁ Α τὸν Β. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Β. οὐδ' ἄρα ὁ Γ τὸν Δ μετρήσει. μὴ μετρείτω δὴ πάλιν ὁ Γ τὸν Δ. λέγω ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει. εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, μετρήσει καὶ ὁ Γ τὸν Δ. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ. οὐδ' ἄρα ὁ Α τὸν Β μετρήσει. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει. κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α κύβον ἀριθμὸν τὸν Β μὴ μετρείτω, καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ. λέγω ὅτι ὁ Γ τὸν Δ οὐ μετρήσει. εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, καὶ ὁ Α τὸν Β μετρήσει. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Β. οὐδ' ἄρα ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ. ἀλλὰ δὴ μὴ μετρείτω ὁ Γ τὸν Δ. λέγω ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει. εἰ γὰρ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ, καὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρήσει. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ. οὐδ' ἄρα ὁ Α τὸν Β μετρήσει. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν. ἔστωσαν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ Α Β, καὶ τοῦ μὲν Α πλευραὶ ἔστωσαν οἱ Γ Δ ἀριθμοί, τοῦ δὲ Β οἱ Ε Ζ. καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς,

α η β

γ δ ε ζ

ἔστιν ἄρα ὡς ὁ γ πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ ε πρὸς τὸν ζ. λέγω ὅτι τῶν α β εἷς μέσος ἀνά-
λογόν ἐστιν ἀριθμός. καὶ ὁ α πρὸς τὸν β διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ γ πρὸς τὸν ε, ἢ ὁ
δ πρὸς τὸν ζ. τουτέστιν ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν. καὶ ἐπεὶ
ἐστὶν ὡς ὁ γ πρὸς τὸν δ οὕτως ὁ ε πρὸς τὸν ζ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ γ πρὸς τὸν ε, ὁ δ πρὸς
τὸν ζ. καὶ ἐπεὶ ἐπίπεδός ἐστιν ὁ α, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ γ δ, ὁ δ ἄρα τὸν γ πολλαπλασιά-
σας τὸν α πεποίηκε. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ε τὸν ζ πολλαπλασιάσας, τὸν β πεποίηκε. ὁ δὴ
τὸν ε πολλαπλασιάσας, τὸν η ποιείτω. καὶ ἐπεὶ ὁ δ τὸν γ πολλαπλασιάσας τὸν α πεποίηκε·
τὸν δὲ ε πολλαπλασιάσας τὸν η πεποίηκε, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ γ πρὸς τὸν ε, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν η.
ἀλλ' ὡς ὁ γ πρὸς τὸν ε, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ζ. καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν η.
πάλιν ἐπεὶ ὁ ε τὸν μὲν δ πολλαπλασιάσας τὸν η πεποίηκε· τὸν δὲ ζ πολλαπλασιάσας
τὸν β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ δ πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ η πρὸς τὸν β. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ δ
πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν η. καὶ ὡς ἄρα ὁ α πρὸς τὸν η, οὕτως ὁ η πρὸς τὸν β. οἱ α η β
ἄρα, ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι. τῶν α β ἄρα, εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός. λέγω δὴ ὅτι καὶ
ὁ α πρὸς τὸν β, διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν·
τουτέστιν ἤπερ ὁ γ πρὸς τὸν ε, ἢ ὁ δ πρὸς τὸν ζ. ἐπεὶ γὰρ οἱ α η β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ α πρὸς
τὸν β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸν η. καί ἐστιν ὡς ὁ α πρὸς τὸν η, οὕτως ὅ τε γ πρὸς τὸν ε,
καὶ ὁ δ πρὸς τὸν ζ. καὶ ὁ α ἄρα πρὸς τὸν β, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ γ πρὸς τὸν ε, ἢ ὁ δ πρὸς τὸν ζ.

ιθ Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. [illegible]
ὁ στερεὸς πρὸς τὸν στερεόν, τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμό-
λογον πλευράν. ἔστωσαν δύο ὅμοιοι στερεοὶ οἱ α β. καὶ τοῦ μὲν α πλευραὶ ἔστωσαν οἱ γ δ ε·
τοῦ δὲ β, οἱ ζ η θ. καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς, ἔστιν ἄρα
ὡς μὲν ὁ γ πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν η. ὡς δὲ ὁ δ πρὸς τὸν ε, οὕτως ὁ η πρὸς τὸν θ.
λέγω ὅτι τῶν α β, δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καὶ ὁ α πρὸς τὸν β, τρι-
πλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ γ πρὸς τὸν ζ, καὶ ὁ δ πρὸς τὸν η. καὶ ἔτι ὁ ε πρὸς τὸν θ. ὁ γὰρ
γ τὸν δ πολλαπλασιάσας τὸν κ ποιείτω. ὁ δὲ ζ τὸν η πολλαπλασιάσας, τὸν λ ποιείτω.
καὶ ἐπεὶ οἱ γ δ τοῖς ζ η ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσί. καὶ ἐκ μὲν τῶν γ δ ἐστὶν ὁ κ. ἐκ δὲ τῶν ζ η
ὁ λ, οἱ κ λ ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί. τῶν κ λ ἄρα, εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν
ἀριθμός. ἔστω ὁ μ. ὁ μ ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν δ ζ. ὡς ἐν τῷ πρὸ τούτου θεωρήματι ἐδείχθη. ἔστιν
ἄρα ὡς ὁ κ πρὸς τὸν μ, ὁ μ πρὸς τὸν λ. καὶ ἐπεὶ ὁ δ τὸν μὲν γ πολλαπλασιάσας τὸν κ
πεποίηκε. τὸν δὲ ζ πολλαπλασιάσας τὸν μ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ γ πρὸς τὸν ζ, οὕτως
ὁ κ πρὸς τὸν μ. ἀλλ' ὡς ὁ κ πρὸς τὸν μ, οὕτως ὁ μ πρὸς τὸν λ. οἱ κ μ λ ἄρα, ἑξῆς εἰσὶν
ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ γ πρὸς τὸν ζ λόγῳ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ γ πρὸς τὸν δ, οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν η,
ἐναλλὰξ ἄρα ἐστίν. ὡς ὁ γ πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν η, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστίν. ὡς ὁ δ πρὸς
τὸν η, οὕτως ὁ ε πρὸς τὸν θ. οἱ κ μ λ ἄρα, ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ἔν τε τῷ τοῦ γ πρὸς τὸν ζ·
καὶ τῷ τοῦ δ πρὸς τὸν η. καὶ ἔτι τῷ τοῦ ε πρὸς τὸν θ λόγῳ. ἑκάτερος δὴ τῶν ε θ, τὸν μ

[illegible] πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ δ πρὸς τὸν ε, οὕτως ὁ η πρὸς τὸν θ.

πολλαπλασιάσας, ἑκάτερον τῶν ν ξ ποιείτω. καὶ ἐπεὶ στερεός ἐστιν ὁ α, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ γ δ ε, ὁ ε ἄρα τὸν ἐκ τῶν γ δ πολλαπλασιάσας τὸν α πεποίηκεν. ὁ δὲ ἐκ τῶν γ δ ἐστιν ὁ κ. ὁ ε ἄρα τὸν κ πολλαπλασιάσας τὸν α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ θ τὸν λ πολλαπλασιάσας τὸν ἐκ τῶν ζ η, τὸν β πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ ε τὸν κ πολλαπλασιάσας, τὸν α πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν μ πολλαπλασιάσας τὸν ν πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ κ πρὸς τὸν μ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν ν. ὡς δὲ ὁ κ πρὸς τὸν μ, οὕτως ὅ τε γ πρὸς τὸν ζ. καὶ ὁ δ πρὸς τὸν η. καὶ ἔτι ὁ ε πρὸς τὸν θ. ὡς ἄρα ὁ γ πρὸς τὸν ζ. καὶ ὁ δ πρὸς τὸν η. καὶ ὁ ε πρὸς τὸν θ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν ν. πάλιν ἐπεὶ ἑκάτερος τῶν ε θ τὸν μ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν ν ξ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ε πρὸς τὸν θ, οὕτως ὁ ν πρὸς τὸν ξ. ἀλλ' ὡς ὁ ε πρὸς τὸν θ, οὕτως ὅ τε γ πρὸς τὸν ζ. καὶ ὁ δ πρὸς τὸν η. καὶ ὡς ἄρα ὁ γ πρὸς τὸν ζ. καὶ ὁ δ πρὸς τὸν η. καὶ ἔτι ὁ ε πρὸς τὸν θ, οὕτως ὅ τε α πρὸς τὸν ν. καὶ ὁ ν πρὸς τὸν ξ. πάλιν ἐπεὶ ὁ θ τὸν μ πολλαπλασιάσας τὸν ξ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν λ πολλαπλασιάσας τὸν β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ μ πρὸς τὸν λ, οὕτως ὁ ξ πρὸς τὸν β. ἀλλ' ὡς ὁ μ πρὸς τὸν λ, οὕτως ὅ τε γ πρὸς τὸν ζ. καὶ ὁ δ πρὸς τὸν η. καὶ ὁ ε πρὸς τὸν θ. καὶ ὡς ἄρα ὁ γ πρὸς τὸν ζ. καὶ ὁ δ πρὸς τὸν η. καὶ ὁ ε πρὸς τὸν θ, οὕτως οὐ μόνον ὁ ξ πρὸς τὸν β, ἀλλὰ καὶ ὁ α πρὸς τὸν ν. καὶ ὁ ν πρὸς τὸν ξ. οἱ α ν ξ β ἄρα, ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τοῖς εἰρημένοις τῶν πλευρῶν λόγοις. λέγω ὅτι καὶ ὁ α πρὸς τὸν β, τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν. τουτέστιν, ἤπερ ὁ γ ἀριθμὸς πρὸς τὸν ζ. ἢ ὁ δ πρὸς τὸν η, καὶ ἔτι ὁ ε πρὸς τὸν θ. ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν οἱ α ν ξ β, ὁ α ἄρα πρὸς τὸν β τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ α πρὸς τὸν ν. ἀλλ' ὡς ὁ α πρὸς τὸν ν, οὕτως ἐδείχθη ὅ,τε γ πρὸς τὸν ζ. ὁ δ πρὸς τὸν η. καὶ ἔτι ὁ ε πρὸς τὸν θ. καὶ ὁ α ἄρα πρὸς τὸν β, τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν. τουτέστιν ἤπερ ὁ γ ἀριθμὸς πρὸς τὸν ζ. ὁ δ πρὸς τὸν η. ἢ ἔτι ὁ ε πρὸς τὸν θ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ ἀριθμός, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται οἱ ἀριθμοί. δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν α β, εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπιπτέτω ἀριθμὸς ὁ γ. λέγω ὅτι οἱ α β, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί. εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς α γ β, οἱ δ ε. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ δ πρὸς τὸν ε, ὁ α πρὸς τὸν γ. ὡς δὲ ὁ α πρὸς τὸν γ, ὁ γ πρὸς τὸν β. ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ε, ὁ γ πρὸς τὸν β. ἰσάκις ἄρα ὁ δ τὸν α μετρεῖ, καὶ ὁ ε τὸν γ. ὁσάκις δὴ ὁ δ τὸν α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ ζ. ὁ ζ ἄρα τὸν δ πολλαπλασιάσας, τὸν α πεποίηκε. τὸν δὲ ε πολλαπλασιάσας, τὸν γ πεποίηκεν. ὥστε ὁ α ἐπίπεδός ἐστι. πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ δ ζ. πάλιν ἐπεὶ οἱ δ ε ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς γ β, ἰσάκις ἄρα ὁ δ τὸν γ μετρεῖ, καὶ ὁ ε τὸν β. ὁσάκις δὲ ὁ ε τὸν β μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ η. ὁ ε ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ η μονάδας. ὁ η ἄρα τὸν ε πολλαπλασιάσας τὸν β πεποίηκεν. ὁ β ἄρα ἐπίπεδός ἐστι. πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ ε η. οἱ α β ἄρα ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὅμοιοι. ἐπεὶ γὰρ ἑκάτερος τῶν ζ η τὸν ε πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν

γ τὸν β πεποίηκε, ἀλλ' ὁ ζ ... τὸν η, οὕτως ὁ γ πρὸς τὸν β. ὡς δὲ ὁ γ πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ δ πρὸς
τὸν ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ε, οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν η. οἱ α β ἄρα, ὅμοιοι ἐπίπεδοι
ἀριθμοί εἰσιν· αἱ γὰρ πλευραὶ αὐτῶν, ἀνάλογόν εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀριθμοί.
Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν α β, δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοί, οἱ γ δ. λέγω
ὅτι οἱ α β, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν. εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον
ἐχόντων τοῖς α γ δ β, οἱ ε ζ η. οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ ε η, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. καὶ ἐπεὶ τῶν
ε η εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπέπτωκεν ἀριθμὸς ὁ ζ, οἱ ε η ἄρα ἀριθμοί, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν.
ἔστωσαν οὖν τοῦ μὲν ε πλευραί, οἱ θ κ· τοῦ δὲ η, οἱ λ μ· φανερὸν ἄρα ἐστὶν ἐκ τούτου, ὅτι οἱ ε ζ η,
ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἔν τε τῷ τοῦ θ πρὸς τὸν λ λόγῳ, καὶ τῷ τοῦ κ πρὸς τὸν μ. καὶ ἐπεὶ οἱ ε ζ η
ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς α γ δ, δι' ἴσου ἄρα ἐστίν· ὡς ὁ ε πρὸς τὸν η,
οὕτως ὁ α πρὸς τὸν δ· οἱ δὲ ε η, πρῶτοι· οἱ δὲ πρῶτοι, καὶ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι, με-
τροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς, ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάσσων
τὸν ἐλάσσονα· τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον, καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ἰσάκις
ἄρα ὁ ε τὸν α μετρεῖ, καὶ ὁ η τὸν δ. ὁσάκις δὴ ὁ ε τὸν α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες
ἔστωσαν ἐν τῷ ν. ὁ ν ἄρα τὸν ε πολλαπλασιάσας τὸν α πεποίηκεν. ὁ δὲ ε ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν
θ κ· ὁ ν ἄρα τὸν ἐκ τῶν θ κ πολλαπλασιάσας, τὸν α πεποίηκε· στερεὸς ἄρα ἐστὶν ὁ α·
πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ θ κ ν. πάλιν ἐπεὶ οἱ ε ζ η ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόν-
των τοῖς γ δ β, ἰσάκις ἄρα ὁ ε τὸν γ μετρεῖ καὶ ὁ η τὸν β. ὁσάκις δὲ ὁ η τὸν β μετρεῖ, τοσαῦται
μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ ξ. ὁ η ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ξ μονάδας· ὁ ξ ἄρα τὸν η
πολλαπλασιάσας, τὸν β πεποίηκεν. ὁ δὲ η ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν λ μ· ὁ ξ ἄρα τὸν ἐκ τῶν λ μ
πολλαπλασιάσας, τὸν β πεποίηκε. τὸν δὲ ε πολλαπλασιάσας, τὸν γ πεποίηκε· στερεὸς ἄρα
ἐστὶν ὁ β· πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν, οἱ λ μ ξ· οἱ α β ἄρα στερεοί εἰσι. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὅμοιοι.
ἐπεὶ γὰρ οἱ ν ξ τὸν ε πολλαπλασιάσαντες, τοὺς α γ πεποιήκασιν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ν πρὸς τὸν ξ,
ὁ α πρὸς τὸν γ· τουτέστιν ὁ ε πρὸς τὸν ζ. ἀλλ' ὡς ὁ ε πρὸς τὸν ζ, ὁ θ πρὸς τὸν λ, καὶ ὁ κ πρὸς τὸν μ·
καὶ ὡς ἄρα ὁ θ πρὸς τὸν λ, οὕτως ὁ κ πρὸς τὸν μ, καὶ ὁ ν πρὸς τὸν ξ. καί εἰσιν οἱ μὲν θ κ ν
πλευραὶ τοῦ α· οἱ δὲ ξ λ μ, πλευραὶ τοῦ β· οἱ α β ἄρα, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν· ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται.
Ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ α β γ· ὁ δὲ πρῶτος ὁ α, τετράγωνος ἔστω· λέγω ὅτι
καὶ ὁ τρίτος ὁ γ, τετράγωνός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ τῶν α γ, εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμὸς ὁ β, οἱ
α γ ἄρα, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσι· τετράγωνος δὲ ὁ α· τετράγωνος ἄρα καὶ ὁ γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν· ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ τέταρτος κύβος ἔσται.
Ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ α β γ δ· ὁ δὲ α κύβος ἔστω· λέγω ὅτι καὶ ὁ δ κύ-
βος ἐστίν. ἐπεὶ γὰρ τῶν α δ, δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ β γ, οἱ α δ ἄρα, ὅμοιοί εἰσι
στερεοὶ ἀριθμοί· κύβος δὲ ὁ α· κύβος ἄρα καὶ ὁ δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται. δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ α β πρὸς ἀλλήλους λόγον ἐχέτωσαν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ γ πρὸς τετράγωνον ἀριθμὸν τὸν δ, ὁ δὲ α τετράγωνος ἔστω· λέγω ὅτι καὶ ὁ β τετράγωνός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ οἱ γ δ ὅμοιοι ἐπίπεδοι εἰσί, τῶν γ δ ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός· καὶ ἔστιν ὡς ὁ γ πρὸς τὸν δ, ὁ α πρὸς τὸν β· καὶ τῶν α β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός· καί ἐστιν ὁ α τετράγωνος· καὶ ὁ β ἄρα τετράγωνος κε

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. κύβον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται. δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ α β πρὸς ἀλλήλους λόγον ἐχέτωσαν, ὃν κύβος ἀριθμὸς ὁ γ πρὸς κύβον ἀριθμὸν τὸν δ, κύβος δὲ ἔστω ὁ α· λέγω ὅτι καὶ ὁ β κύβος ἐστίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ γ δ κύβοι εἰσίν, οἱ γ δ ὅμοιοι στερεοί εἰσι· τῶν γ δ ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ὅσοι δὲ εἰς τοὺς γ δ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς· ὥστε καὶ τῶν α β δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ἐμπιπτέτωσαν οἱ ε ζ. ἐπεὶ οὖν τέσσαρες ἀριθμοὶ οἱ α ε ζ β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι, καί ἐστι κύβος ὁ α, κύβος ἄρα καὶ ὁ β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. κϛ

Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. ἔστωσαν ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ α β· λέγω ὅτι ὁ α πρὸς τὸν β λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. ἐπεὶ γὰρ οἱ α β ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσι, τῶν α β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. ἐμπιπτέτω καὶ ἔστω ὁ γ· καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς α γ β, οἱ δ ε ζ· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ δ ζ τετράγωνοί εἰσι. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ δ πρὸς τὸν ζ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν β, καί εἰσιν οἱ δ ζ τετράγωνοι, ὁ α ἄρα πρὸς τὸν β λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. κζ

Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν. ἔστωσαν ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ οἱ α β· λέγω ὅτι ὁ α πρὸς τὸν β λόγον ἔχει, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν. ἐπεὶ γὰρ οἱ α β ὅμοιοι στερεοί εἰσι, τῶν α β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ἐμπιπτέτωσαν οἱ γ δ, καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς α γ δ β, ἴσοι αὐτοῖς τὸ πλῆθος, οἱ ε ζ η θ· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ ε θ κύβοι εἰσί. καί ἐστιν ὡς ὁ ε πρὸς τὸν θ, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν β· καὶ ὁ α ἄρα πρὸς τὸν β λόγον ἔχει ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Εὐκλείδου στοιχείων ὄγδοον :-

Ἐὰν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται. ἔστωσαν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ α β, καὶ ὁ α τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν γ ποιείτω· λέγω ὅτι ὁ γ τετράγωνός ἐστιν. ὁ α γὰρ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν δ ποιείτω. ὁ δ ἄρα τετράγωνός ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ὁ α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν δ πεποίηκε, τὸν δὲ β πολλαπλασιάσας τὸν γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν γ. καὶ ἐπεὶ οἱ α β ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί, τῶν α β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. α

ἐὰν δὲ δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ ἀριθμός, ὅσοι εἰς αὐτοὺς ἐμπίπτουσι, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς· ὥστε καὶ τῶν Δ, Γ εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός· καὶ ἔστι τετράγωνος ὁ Δ· τετράγωνος ἄρα καὶ ὁ Γ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους τετράγωνον τὸν Γ ποιείτωσαν· λέγω ὅτι οἱ Α, Β ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί. ὁ Α γὰρ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· ὁ Δ ἄρα τετράγωνός ἐστι. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκε, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τετράγωνός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ὁ Γ, οἱ Δ, Γ ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσι. τῶν Δ, Γ ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καί ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ τῶν Α, Β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν οἱ ἀριθμοί· οἱ ἄρα Α, Β ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται. κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β ποιείτω· λέγω ὅτι ὁ Β κύβος ἐστίν. εἰλήφθω γὰρ τοῦ Α πλευρὰ ὁ Γ, καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω. φανερὸν δή ἐστιν ὅτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. ὁ Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ μονὰς τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, ὁ Δ ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Γ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ, ὁ Δ πρὸς τὸν Α. ἀλλ' ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Α. τῆς ἄρα μονάδος καὶ τοῦ Α ἀριθμοῦ δύο μέσοι ἀνάλογον κατὰ τὸ συνεχὲς ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ. πάλιν ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Α κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, ὁ Α πρὸς τὸν Β. τῆς δὲ μονάδος καὶ τοῦ Α δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· καὶ τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται. καί ἐστιν ὁ Α κύβος· καὶ ὁ Β ἄρα κύβος ἐστίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται. κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α κύβον ἀριθμὸν τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω ὅτι ὁ Γ κύβος ἐστίν. ὁ Α γὰρ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· ὁ Δ ἄρα κύβος ἐστί. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκε, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Β κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ Α, Β. τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· ὥστε καὶ τῶν Δ, Γ δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί. καί ἐστι κύβος ὁ Δ· κύβος ἄρα καὶ ὁ Γ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς

κύβος ἔσται· κύβος γὰρ ὁ Α ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ κύβον ποιείτω·
λέγω ὅτι ὁ Β κύβος ἐστίν. ὁ γὰρ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· κύβος ἄρα
ἐστὶν ὁ Δ. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκε, τὸν δὲ Β πολλαπλα-
σιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Δ Γ κύβοι
εἰσίν, ὅμοιοι στερεοί εἰσι. τῶν Δ Γ ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· καί ἐστιν
ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ τῶν Α Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀρι-
θμοί. καί ἐστι κύβος ὁ Α· κύβος ἄρα καὶ ὁ Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται· ἀριθμὸς γὰρ ὁ
Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον τὸν Β ποιείτω· λέγω ὅτι ὁ Α κύβος ἐστίν. ὁ γὰρ Α τὸν Β
πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω. ἐπεὶ οὖν ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποί-
ηκε, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα κύβος ἐστί. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν
πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκε, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα
ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Β πρὸς τὸν Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Β Γ κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοί εἰσι. τῶν Β Γ ἄρα
δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καί ἐστιν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β. καὶ τῶν Α Β
ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί· καί ἐστι κύβος ὁ Β· κύβος ἄρα καὶ ὁ Α· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος στερεὸς ἔσται.
σύνθετος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α, ἀριθμόν τινα τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω ὅτι
ὁ Γ στερεός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ Α σύνθετός ἐστιν, ὑπὸ ἀριθμοῦ τινος μετρηθήσεται· μετρείσθω ὑπὸ τοῦ
Δ, καὶ ὁσάκις ὁ Δ τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε. ὁ Ε ἄρα τὸν Δ
πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκε. ἐπεὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ δὲ Α
ἐστιν ὁ ἐκ τῶν Δ Ε, ὁ ἄρα ἐκ τῶν Δ Ε τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ Γ ἄρα στερεός ἐστι· πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ Δ Ε Β·

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ τρίτος ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
ἀπὸ τῆς μονάδος, τετράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες. ὁ δὲ τέταρτος κύβος
καὶ οἱ δύο διαλείποντες. ὁ δὲ ἕβδομος, κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος· καὶ οἱ πέντε διαλείποντ-
ες πάντες. ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ Α Β Γ Δ Ε Ζ· λέγω ὅτι ὁ μὲν
τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Β, τετράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες. ὁ δὲ τέταρτος ὁ Γ, κύβος
καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες. ὁ δὲ ἕβδομος ὁ Ζ, κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος· καὶ οἱ πέντε δια-
λείποντες πάντες. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β, ἰσάκις ἄρα
ἡ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ Α τὸν Β. ἡ δὲ μονὰς τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μο-
νάδας· καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. ὁ Α ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλα-
σιάσας τὸν Β πεποίηκε· τετράγωνος ἄρα ἐστὶν ὁ Β. καὶ ἐπεὶ οἱ Β Γ Δ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν,
ὁ δὲ Β τετράγωνός ἐστι, καὶ ὁ Δ ἄρα τετράγωνός ἐστι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Ζ τετράγωνός ἐστιν.
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες τετράγωνοί εἰσι. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὁ τέταρτος
ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Γ κύβος ἐστὶ καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ μονὰς
πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ Β τὸν Γ.

μο α β γ δ ε ζ

α β γ δ ε ζ

ἡ δὲ μονὰς τὸν α ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ α μονάδας· καὶ ὁ β ἄρα τὸν γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ α μονάδας· ὁ α ἄρα τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν γ πεποίηκε. ἐπεὶ οὖν ὁ α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν β πεποίηκε, τὸν δὲ β πολλαπλασιάσας τὸν γ πεποίηκε, κύβος ἄρα ἐστὶν ὁ γ. καὶ ἐπεὶ οἱ γ δ ε ζ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ γ κύβος ἐστί, καὶ ὁ ζ ἄρα κύβος ἐστίν. ἐδείχθη δὲ ὁ ζ τετράγωνος· ὁ ἄρα ἕβδομος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ ζ κύβος τέ ἐστι καὶ τετράγωνος. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ οἱ πέντε διαλείποντες κύβοι τέ εἰσι καὶ τετράγωνοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται· καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται. ἔστωσαν ἀπὸ τῆς μονάδος ἑξῆς ἀνάλογον ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ α β γ δ ε ζ, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ α τετράγωνος ἔστω. λέγω ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται. ὅτι μὲν οὖν ὁ τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ β τετράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, δέδεικται· λέγω ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοί εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ οἱ α β γ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι, καὶ ἔστιν ὁ α τετράγωνος, καὶ ὁ γ ἄρα τετράγωνός ἐστι. πάλιν ἐπεὶ οἱ β γ δ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι, καὶ ἔστιν ὁ β τετράγωνος, καὶ ὁ δ ἄρα τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοί εἰσιν. ἀλλὰ δὴ ἔστω ὁ α κύβος. λέγω ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν. ὅτι μὲν οὖν ὁ τέταρτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ γ κύβος ἐστὶ καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, δέδεικται· λέγω ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν α, οὕτως ὁ α πρὸς τὸν β, ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν α μετρεῖ καὶ ὁ α τὸν β. ἡ δὲ μονὰς τὸν α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ὁ α ἄρα τὸν β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ὁ α ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν β πεποίηκε. καὶ ἔστιν ὁ α κύβος. ἐὰν δὲ κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἐστί· καὶ ὁ β ἄρα κύβος ἐστί. καὶ ἐπεὶ τέσσαρες ἀριθμοὶ οἱ α β γ δ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι, καὶ ἔστιν ὁ α κύβος, καὶ ὁ δ ἄρα κύβος ἐστί. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ε κύβος ἐστί, καὶ ὁμοίως οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

α β γ δ ε ζ

ι'

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ ᾖ τετράγωνος, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων πάντων· καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος μὴ ᾖ, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων. ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ἑξῆς ἀνάλογον ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ α β γ δ ε ζ, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ α μὴ ἔστω τετράγωνος. λέγω ὅτι οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὁ γ τετράγωνος. ἔστι δὲ καὶ ὁ β τετράγωνος· οἱ β γ ἄρα πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ ἔστιν ὡς ὁ β πρὸς τὸν γ, ὁ α πρὸς τὸν β· οἱ α β ἄρα πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὥστε οἱ α β ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσι. καὶ ἔστι τετράγωνος ὁ β· τετράγωνος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ α· ὅπερ οὐχ ὑπέκειτο. οὐκ ἄρα ὁ γ τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων. ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ὁ α κύβος. λέγω ὅτι οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὁ δ κύβος. ἔστι δὲ καὶ ὁ γ κύβος· τέταρτος γάρ ἐστιν ἀπὸ τῆς μονάδος. καὶ ἔστιν ὡς ὁ γ πρὸς τὸν δ, ὁ β πρὸς τὸν γ· καὶ ὁ β ἄρα πρὸς τὸν γ λόγον ἔχει ὃν κύβος πρὸς κύβον. καὶ ἔστιν ὁ γ κύβος· ὁ β ἄρα κύβος ἐστί. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν α, ὁ α πρὸς τὸν β, ἡ δὲ μον

δι' ιϛ' τοῦ θ' τὸν Γ ὁ Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ὁ δὲ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ὁ Α
ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, κύβον τὸν Β πεποίηκεν. ἐὰν δὲ ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλα-
σιάσας ποιῇ κύβον, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται. κύβος ἄρα ὁ Α. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. γνώριμον ἄρα ὅτι
κύβος ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἐστί, χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μο-
νάδος καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα μετρεῖ 1/ια
κατά τινα τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς. ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος τῆς Α, ὁποσοιοῦν
ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Β Γ Δ Ε. λέγω ὅτι τῶν Β Γ Δ Ε, ὁ ἐλάσσων ὁ Β, τὸν Ε μετρεῖ κατά τινα
δι' ιε' τοῦ ζ' τῶν Γ Δ. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ Α μονὰς πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ἰσάκις ἄρα ἡ Α μονὰς τὸν Β
δι' ιε' τοῦ ζ' ἀριθμὸν μετρεῖ, καὶ ὁ Δ τὸν Ε. ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ Α μονὰς τὸν Δ μετρεῖ, καὶ ὁ Β τὸν Ε. ἡ δὲ Α
μονὰς τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Ε μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μο-
νάδας. ὥστε καὶ ὁ ἐλάσσων ὁ Β, τὸν μείζονα τὸν Ε μετρεῖ κατά τινα ἀριθμὸν τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὑφ' ὅσων ἂν ἀριθμῶν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:- 1/ιβ
ὁ ἔσχατος πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται. ἔ-
στωσαν ἀπὸ μονάδος ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ Α Β Γ Δ. λέγω ὅτι ὑφ' ὅσων ἂν
δι' λ' τοῦ ζ' ὁ Δ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ Α μετρηθήσεται. μετρείσθω γὰρ ὁ Δ ὑπό
τινος πρώτου ἀριθμοῦ τοῦ Ε. λέγω ὅτι ὁ Ε καὶ τὸν Α μετρεῖ. μὴ γὰρ μετρείτω ὁ Ε τὸν Α. καὶ ἔστιν
ὁ Ε πρῶτος. ἅπας δὲ πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθμὸν ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν. οἱ
δι' κθ' τοῦ ζ' Ε Α ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Δ μετρεῖ, μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Ζ. ὁ Ε ἄρα
δι' ια' τοῦ θ' τὸν Ζ πολλαπλασιάσας, τὸν Δ πεποίηκε. πάλιν ἐπεὶ ὁ Α τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας,
ὁ Α ἄρα τὸν Γ πολλαπλασιάσας, τὸν Δ πεποίηκε. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ε τὸν Ζ πολλαπλασιάσας, τὸν Δ
δι' ιθ' τοῦ ζ' πεποίηκεν. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α Γ, ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Ε Ζ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, ὁ Ζ πρὸς
δι' κα' τοῦ ζ' τὸν Γ. οἱ δὲ Α Ε, πρῶτοι. οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι. οἱ δὲ ἐλάχιστοι, μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον-
τας ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον, καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ Ε τὸν Γ. μετρείτω
δι' ια' τοῦ θ' αὐτὸν κατὰ τὸν Η. ὁ Ε ἄρα τὸν Η πολλαπλασιάσας, τὸν Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν διὰ τὸ πρὸ τούτου,
καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α Β, ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Ε Η. ἔστιν ἄρα
δι' ιθ' τοῦ ζ' ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, ὁ Η πρὸς τὸν Β. οἱ δὲ Α Ε, πρῶτοι. οἱ δὲ πρῶτοι, καὶ ἐλάχιστοι. οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀρι-
θμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς, ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον, καὶ ὁ ἑπόμενος
δι' κα' τοῦ ζ' τὸν ἑπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ Ε τὸν Β. μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Θ. ὁ Ε ἄρα τὸν Θ πολλαπλασιάσας, τὸν Β
πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, τὸν Β πεποίηκεν. ὁ ἄρα ἐκ τῶν
δι' κ' τοῦ ζ' Ε Θ, ἴσος τῷ ἀπὸ τοῦ Α. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Α, ὁ Α πρὸς τὸν Θ. οἱ δὲ Α Ε, πρῶτοι. οἱ δὲ πρῶτοι,
δι' αὐ' καὶ ἐλάχιστοι. οἱ δὲ ἐλάχιστοι, μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας, ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον
καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ Ε τὸν Α, ὡς ὁ ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον. ἀλλὰ μὴν
καὶ οὐ μετρεῖ. ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Α Ε πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί. σύνθετοι ἄρα. οἱ δὲ σύνθετοι,
δι' λ' τοῦ ζ' ὑπὸ πρώτου ἀριθμοῦ τινος μετροῦνται. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε πρῶτος ὑπόκειται, ὁ δὲ πρῶτος ὑπὸ ἑτέρου ἀριθμοῦ οὐ μετρεῖται
ἢ ὑφ' ἑαυτοῦ, ὁ Ε ἄρα τὸν Α μετρεῖ. ὥστε καὶ ὁ Ε τὸν Α μετρεῖ. ὑπόκειται δὲ καὶ μὴ μετρεῖν.

α β γ δ θ η ζ ε

α ιϛ ξδ σνϛ ι λϛ ρμη β

ο α β γ δ ε η ζ θ

μ | | | | | | | |

[illegible] ὁ ἄρα α τὸν γ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ ἄρα [illegible] τὸν δ· ὁ ε ἄρα τὸν α μετρεῖ· ὁμοίως δὴ δεί-
ξομεν, ὅτι ὑφ' ὅσων ἂν ὁ δ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ α μετρηθήσεται· ὅπερ (ἔδει δεῖξαι:)

ιγ Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν
μονάδα πρῶτος ᾖ, ὁ μέγιστος ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται, παρὲξ τῶν ὑπαρχόντων
ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς. ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ
α β γ δ· ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ α πρῶτος ἔστω· λέγω ὅτι ὁ μέγιστος αὐτῶν ὁ δ ὑπ' οὐδενὸς
ἄλλου μετρηθήσεται, παρὲξ τῶν α β γ. εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείσθω ὑπὸ τοῦ ε, καὶ ὁ ε μηδενὶ τῶν
α β γ ἔστω ὁ αὐτός. φανερὸν δὴ ὅτι ὁ ε πρῶτος οὐκ ἔστιν· εἰ γὰρ ὁ ε πρῶτός ἐστι καὶ μετρεῖ τὸν δ,
καὶ τὸν α μετρήσει πρῶτον ὄντα, μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ ε πρῶτός
ἐστι· σύνθετος ἄρα. πᾶς δὲ σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. λέ-
γω δὴ ὅτι ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου πρώτου μετρηθήσεται πλὴν τοῦ α. εἰ γὰρ ὑφ' ἑτέρου μετρεῖται ὁ ε,
ὁ δὲ ε τὸν δ μετρεῖ, κἀκεῖνος ἄρα τὸν δ μετρήσει· ὥστε καὶ τὸν α μετρήσει πρῶτον ὄντα,
μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁ α ἄρα τὸν ε μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ ε τὸν δ μετρεῖ, με-
τρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν ζ. λέγω ὅτι ὁ ζ οὐδενὶ τῶν α β γ ἐστὶν ὁ αὐτός. εἰ γὰρ ὁ ζ ἑνὶ τῶν α β γ ἐστὶν
ὁ αὐτός, καὶ μετρεῖ τὸν δ κατὰ τὸν ε, καὶ εἷς ἄρα τῶν α β γ τὸν δ μετρεῖ κατὰ τὸν ε. ἀλλὰ
εἷς τῶν α β γ τὸν δ μετρεῖ κατά τινα τῶν α β γ. καὶ ὁ ε ἄρα ἑνὶ τῶν α β γ ἐστὶν ὁ αὐτός· ὅπερ
οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ὁ ζ ἑνὶ τῶν α β γ ἐστὶν ὁ αὐτός. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι μετρεῖται ὁ ζ ὑπὸ τοῦ α, δεικνύντες πάλιν ὅτι ὁ ζ οὐκ ἔστι πρῶτος· εἰ γὰρ, καὶ μετρεῖ τὸν δ,
καὶ τὸν α μετρήσει πρῶτον ὄντα, μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα
πρῶτός ἐστιν ὁ ζ· σύνθετος ἄρα. ἅπας δὲ σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται·
λέγω δὴ ὅτι ὑφ' ἑτέρου πρώτου οὐ μετρηθήσεται πλὴν τοῦ α. εἰ γὰρ ἕτερός τις πρῶτος τὸν ζ
μετρεῖ, ὁ δὲ ζ τὸν δ μετρεῖ, κἀκεῖνος ἄρα τὸν δ μετρήσει· ὥστε καὶ τὸν α μετρήσει πρῶ-
τον ὄντα, μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁ α ἄρα τὸν ζ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ ε
τὸν δ μετρεῖ κατὰ τὸν ζ, ὁ ε ἄρα τὸν ζ πολλαπλασιάσας τὸν δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ
ὁ α τὸν γ πολλαπλασιάσας τὸν δ πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν α γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν ε ζ. ἀ-
νάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς τὸν ε, οὕτως ὁ ζ πρὸς τὸν γ. ὁ δὲ α τὸν ε μετρεῖ· καὶ ὁ ζ ἄρα τὸν γ
μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν η. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι ὁ η οὐδενὶ τῶν α β ἐστὶν ὁ αὐτός, καὶ ὅτι
μετρεῖται ὑπὸ τοῦ α. καὶ ἐπεὶ ὁ ζ τὸν γ μετρεῖ κατὰ τὸν η, ὁ ζ ἄρα τὸν η πολλαπλασιάσας
τὸν γ πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν α β ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν ζ η. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ α
πρὸς τὸν ζ, ὁ η πρὸς τὸν β. μετρεῖ δὲ ὁ α τὸν ζ· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ η τὸν β. μετρείτω αὐτὸν κατὰ
τὸν θ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι ὁ θ τῷ α οὐκ ἔστιν ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ η τὸν β μετρεῖ κατὰ τὸν
θ, ὁ η ἄρα τὸν θ πολλαπλασιάσας τὸν β πεποίηκεν· ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας
τὸν β πεποίηκεν· ὁ ἄρα ὑπὸ θ η ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ α τετραγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ θ πρὸς
τὸν α, ὁ α πρὸς τὸν η. μετρεῖ δὲ ὁ α τὸν η· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ θ τὸν α πρῶτον ὄντα, μὴ ὢν
αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ὁ μέγιστος ὁ δ ὑφ' ἑτέρου ἀριθμοῦ μετρηθή-
σεται, παρὲξ τῶν α β γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

[illegible marginal notes]

Ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθμοῦ μετρη- ιδ
θήσεται παρὲξ τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρούντων. ἐλάχιστος γὰρ ἀριθμὸς ὁ α ὑπὸ πρώτων
ἀριθμῶν τῶν β γ δ μετρείσθω. λέγω ὅτι ὁ α ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθμοῦ μετρηθή-
σεται, παρὲξ τῶν β γ δ. εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείσθω ὑπὸ πρώτου τοῦ ε. καὶ ὁ ε μηδενὶ τῶν β γ δ
ἔστω ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ ε τὸν α μετρεῖ, μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν ζ. ὁ ε ἄρα τὸν ζ πολλαπλα-
σιάσας, τὸν α πεποίηκε. καὶ μετρεῖται ὁ α ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν, τῶν β γ δ. ἐὰν δὲ δύο
ἢ κβ τ ζ ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα. τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις
πρῶτος ἀριθμός, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει. οἱ β γ δ ἄρα, ἕνα τῶν ε ζ μετρήσουσι. τὸν μὲν
ἢ λβ τ ζ οὖν ε, οὐ μετρήσουσιν. ὁ γὰρ ε, πρῶτός ἐστι· καὶ οὐδενὶ τῶν β γ δ ὁ αὐτός. τὸν ζ ἄρα μετρήσουσιν,
ἐλάσσονα ὄντα τοῦ α. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁ δὲ α ὑπόκειται ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν β γ δ
μετρούμενος. οὐκ ἄρα τὸν α μετρήσει πρῶτος ἀριθμός, παρὲξ τῶν β γ δ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, ιε
δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες, πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν. ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ
ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ α β γ. λέγω ὅτι δύο ὁπο-
ιοιοῦν συντεθέντες, πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν. ὁ μὲν α β, πρὸς τὸν γ. οἱ δὲ β γ,
ἢ β τ η πρὸς τὸν α. καὶ ἔτι οἱ α γ, πρὸς τὸν β. εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι δύο ἀριθμοὶ τῶν τὸν
ἢ α τ η αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς α β γ, οἱ δε, εζ. φανερὸν δὴ ὅτι ὁ μὲν δε, ἑαυτὸν πολλα-
πλασιάσας, τὸν α πεποίηκε. τὸν δὲ εζ πολλαπλασιάσας, τὸν β πεποίηκε. καὶ ἔτι
ἢ κη τ ζ ὁ εζ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν γ πεποίηκε. καὶ ἐπεὶ οἱ δε, εζ ἐλάχιστοί εἰσι, πρῶ-
ἢ κγ τ ζ τοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ συναμφό-
τερος πρὸς ἑκάτερον, πρῶτός ἐστι. καὶ ὁ δζ ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν δε εζ, πρῶτός ἐστιν.
ἢ κδ τ ζ ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ δε πρὸς τὸν εζ, πρῶτός ἐστιν. οἱ δζ, δε ἄρα, πρῶτοί εἰσι πρὸς τὸν εζ. ὥστε
ἢ α τ β ὁ ἐκ τῶν ζδ, δε ἄρα, πρὸς τὸν εζ πρῶτός ἐστιν. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
ἢ κε τ ζ ὦσιν, ὁ ἀπὸ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος, πρὸς τὸν λοιπόν, πρῶτός ἐστιν. ὥστε ὁ ἐκ τῶν ζδ, δε,
ἢ κη τ ζ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ εζ, πρῶτός ἐστι. ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν δζ, δε, ὁ ἀπὸ τοῦ δε ἐστι, μετὰ τοῦ ἐκ τῶν
δε, εζ. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ δε μετὰ τοῦ ἐκ τῶν δε εζ, πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ εζ πρῶτός ἐστι. καί ἐστιν ὁ μὲν
ἢ γ τ β ἀπὸ τοῦ δε, ὁ α. ὁ δὲ ἐκ τῶν δε, εζ, ὁ β. ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ εζ, ὁ γ. οἱ α β ἄρα συντεθέντες, πρὸς τὸν
γ πρῶτοί εἰσιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ β γ πρὸς τὸν α πρῶτοί εἰσι. λέγω δὴ ὅτι
καὶ οἱ α γ πρὸς τὸν β πρῶτοί εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ δζ πρὸς ἑκάτερον τῶν δε, εζ πρῶτός ἐστιν,
ἢ κζ τ ζ κη τ ζ ὥστε καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ δζ, πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν δε εζ πρῶτός ἐστιν. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τοῦ δζ ἴσοι
ἢ δ τ β εἰσὶν οἱ ἀπὸ τῶν δε εζ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν δε, εζ. οἱ ἄρα ἀπὸ τῶν δε εζ μετὰ τοῦ
δὶς ὑπὸ τῶν δε εζ, πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν δε εζ πρῶτοί εἰσι. διελόντι, οἱ ἀπὸ τῶν δε εζ
μετὰ τοῦ ἅπαξ ὑπὸ τῶν δε εζ, πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν δε εζ πρῶτοί εἰσιν. ἔτι διελόντι, οἱ
ἀπὸ τῶν δε εζ ἄρα, πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν δε εζ πρῶτοί εἰσι. καί ἐστιν ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ δε,
ὁ α. ὁ δὲ ὑπὸ τῶν δε εζ, ὁ β. ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ εζ, ὁ γ. οἱ α γ ἄρα συντεθέντες, πρὸς τὸν β πρῶτοί εἰσιν.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

ιϛ' Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως
ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά. δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω ὅτι
οὐκ ἔστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Β πρὸς ἄλλον τινά. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Β πρὸς τὸν Γ.
οἱ δὲ Α, Β πρῶτοι· οἱ δὲ πρῶτοι, καὶ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοί, μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον
ἔχοντας, ἰσάκις· μετρεῖ ἄρα ὁ Α τὸν Β, ὡς ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν. ὁ Α ἄρα τοὺς
Α, Β μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἄτοπον ἐστίν. οὐκ ἄρα ἔσται ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β

ιζ' Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον· οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρὸς ἄλλον τινά. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς
ἄλλον τινά. ἔστωσαν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ Α, Β, Γ, Δ· οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν
οἱ Α, Δ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς
ἄλλον τινά. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν
ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Δ, ὁ Β πρὸς τὸν Ε. οἱ δὲ Α, Δ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· οἱ δὲ πρῶτοι, καὶ ἐλάχιστοι·
οἱ δὲ ἐλάχιστοι, μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς, ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον,
καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ Α τὸν Β. καὶ ἔστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Β πρὸς τὸν Γ.
καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Γ μετρεῖ· ὥστε καὶ ὁ Α τὸν Γ μετρεῖ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς
τὸν Δ, μετρεῖ δὲ ὁ Β τὸν Γ, μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ. ἀλλ' ὁ Α τὸν Γ μετρεῖ· ὥστε καὶ ὁ Α τὸν Δ με-
τρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· ὁ Α ἄρα τοὺς Α, Δ μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσται ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς ἄλλον τινά· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη' Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.
ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοί, οἱ Α, Β· καὶ δέον ἔστω ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν
αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν. οἱ δὴ Α, Β, ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἢ οὔ.
καὶ εἰ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί, δέδεικται ὅτι ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον
προσευρεῖν. ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστωσαν οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. καὶ ὁ Β ἑαυτὸν πολλαπλα-
σιάσας, τὸν Γ ποιείτω. ὁ Α δὴ τὸν Γ, ἤτοι μετρεῖ, ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον κατὰ τὸν
Δ. ὁ Α ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας, τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Δ, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τοῦ Β. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Β πρὸς τὸν Δ. τοῖς Α, Β ἄρα τρίτος ἀριθμὸς προσηύρηται
ὁ Δ. ἀλλὰ δὴ μὴ μετρείτω ὁ Α τὸν Γ. λέγω ὅτι τοῖς Α, Β ἀδύνατόν ἐστι τρίτον ἀνάλογον
προσευρεῖν ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσηυρήσθω ὁ Δ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Δ, ἴσος ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τοῦ Β. ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ Β, ἐστὶν ὁ Γ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Δ, ἴσος ἐστὶ τῷ Γ. ὥστε ὁ Α τὸν Δ πολλα-
πλασιάσας, τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ Α ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὸν Δ. ἀλλὰ μὴν ὑπόκειται
καὶ μὴ μετρῶν· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα δυνατόν ἐστι τοῖς Α, Β τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν
ἀριθμόν, ὅταν ὁ Α τὸν Γ μὴ μετρῇ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ' Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι πότε δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.
ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοί, οἱ Α, Β, Γ. καὶ δέον ἔστω ἐπισκέψασθαι πότε δυνατόν ἐστιν
αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. οἱ δὴ Α, Β, Γ, ἤτοι ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον· οἱ ἄκροι αὐτῶν
οἱ Α, Γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἢ οὔ. εἰ μὲν οὖν οἱ Α, Β, Γ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον, καὶ οἱ
ἄκροι αὐτῶν οἱ Α, Γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί, δέδεικται ὅτι ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς,

ὁ ἄρα ἐκ τῶν Β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν.

τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. εἰ δ' οὔ, ὁ β τὸν γ πολλαπλασιάσας, τὸν δ ποιείτω.
ὁ δὴ α τὸν δ ἤτοι μετρεῖ, ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον κατὰ τὸν ε. ὁ α ἄρα τὸν ε πολλαπλα-
σιάσας, τὸν δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ β τὸν γ πολλαπλασιάσας, τὸν δ πεποίηκεν. ὁ ἄρα ἐκ
τῶν α ε, ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν β γ. ἀνάλογον ἄρα ἐστίν· ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, ὁ γ πρὸς τὸν ε. τοῖς ἄρα β
γ α, τέταρτος ἀνάλογον προσεύρηται ὁ ε. ἀλλὰ δὴ μὴ μετρείτω ὁ α τὸν δ. λέγω ὅτι ἀδύνατόν ἐστι
τοῖς α β γ τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσευρήσθω ὁ ε. ὁ ἄρα ἐκ τῶν α ε, ἴσος
ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν β γ. ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν β γ ἐστὶν ὁ δ. καὶ ὁ ἐκ τῶν α ε ἄρα, ἴσος ἐστὶ τῷ δ. ὁ α ἄρα τὸν ε
πολλαπλασιάσας, τὸν δ πεποίηκεν. ὁ α ἄρα τὸν δ μετρεῖ κατὰ τὸν ε. ὥστε μετρεῖ ὁ α τὸν δ. ἀλλὰ
καὶ οὐ μετρεῖ. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα δυνατόν ἐστι τοῖς α β γ, τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν, ὅταν
ὁ α τὸν δ μὴ μετρῇ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Οἱ πρῶτοι ἀριθμοί, πλείους εἰσὶ παντὸς τοῦ προτεθέντος πλήθους πρώτων κ
ἀριθμῶν. ἔστωσαν οἱ προτεθέντες πρῶτοι ἀριθμοί, οἱ α β γ. λέγω ὅτι τῶν α β γ, πλείους
εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοί. εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν α β γ ἐλάχιστος μετρούμενος, καὶ ἔστω ὁ δε. καὶ προσ-
κείσθω τῷ δε, μονὰς ἡ δζ. ὁ δὴ εζ, ἤτοι πρῶτός ἐστιν, ἢ οὔ. ἔστω πρότερον πρῶτος. εὑρημένοι ἄρα εἰσὶ
πρῶτοι ἀριθμοί, οἱ α β γ εζ, πλείους τῶν α β γ. ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ὁ εζ πρῶτος. ὑπὸ πρώτου ἄρα
τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. μετρείσθω ὑπὸ πρώτου τοῦ η. λέγω ὅτι ὁ η οὐδενὶ τῶν α β γ ἐστὶν ὁ
αὐτός. εἰ γὰρ δυνατόν ἐστιν. οἱ δὲ α β γ τὸν δε μετροῦσι, καὶ ὁ η ἄρα τὸν δε μετρεῖ. μετρεῖ
δὲ καὶ τὸν εζ. καὶ λοιπὴν ἄρα τὴν δζ μονάδα μετρήσει ὁ η, ἀριθμὸς ὤν. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ
ἄρα ὁ η, ἑνὶ τῶν α β γ ἐστὶν ὁ αὐτός. καὶ ὑπόκειται πρῶτος. εὑρημένοι ἄρα εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοὶ
πλείους τοῦ προτεθέντος πλήθους τῶν α β γ, οἱ α β γ η. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστι. συγκείσθωσαν γὰρ ἄρτιοι ἀριθμοὶ κα
ὁποσοιοῦν, οἱ αβ βγ γδ δε. λέγω ὅτι ὅλος ὁ αε, ἄρτιός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν αβ βγ γδ δε
ἄρτιός ἐστιν, ἔχει μέρος ἥμισυ. ὥστε καὶ ὅλος ὁ αε ἔχει μέρος ἥμισυ. ἄρτιος δὲ ἀριθμός ἐστιν, ὁ δίχα
διαιρούμενος. ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ αε. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσι, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ᾖ, ὁ ὅλος ἄρτιος ἔσται. κβ
συγκείσθωσαν γὰρ περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁσοιδηποτοῦν ἄρτιοι τὸ πλῆθος, οἱ αβ βγ γδ δε. λέγω
ὅτι ὅλος ὁ αε, ἄρτιός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν αβ βγ γδ δε περισσός ἐστιν, ἀφαιρεθείσης μο-
νάδος ἀφ' ἑκάστου, ἕκαστος ἄρα τῶν λοιπῶν ἄρτιος ἔσται. ὥστε καὶ συγκείμενος ἐξ αὐτῶν, ἄρτιος
ἔσται. ἔστι δὲ καὶ τὸ πλῆθος τῶν μονάδων ἄρτιον. καὶ ὅλος ἄρα ὁ αε, ἄρτιός ἐστιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσι, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ᾖ, καὶ ὁ ὅλος περισσὸς ἔσται. κγ
συγκείσθωσαν γὰρ περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν, ὧν τὸ πλῆθος περισσὸν ἔστω, οἱ αβ βγ γδ. λέγω
ὅτι καὶ ὅλος ὁ αδ περισσός ἐστιν. ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ γδ μονὰς ἡ δε. λοιπὸς ἄρα ὁ γε, ἄρτιός ἐστιν.
ἔστι δὲ καὶ ὁ αγ ἄρτιος. καὶ ὅλος ἄρα ὁ αε ἄρτιός ἐστι. καί ἐστιν ἡ μονὰς ἡ δε. περισσὸς ἄρα ἐστὶν ὁ αδ.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται. ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ αβ, κδ
ἄρτιος ἀφῃρήσθω ὁ γβ. λέγω ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ γα, ἄρτιός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ αβ ἄρτιός ἐστιν, ἔχει μέρος
ἥμισυ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ βγ ἔχει μέρος ἥμισυ. ὥστε καὶ λοιπὸς ὁ γα, ἔχει μέρος ἥμισυ. ἄρτιος
ἄρα ἐστὶν ὁ αγ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται. ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ αβ, περισσὸς κε

ἀφῃρήσθω ὁ ΒΓ· λέγω ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓΑ περισσός ἐστιν. ἀφῃρήσθω γὰρ ἀπὸ τοῦ ΒΓ μονὰς ἡ ΓΔ· ὁ ΔΒ ἄρα ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ ΑΒ ἄρτιος· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΑΔ ἄρτιός ἐστι. καί ἐστι μονὰς ἡ ΓΔ· ὁ ΓΑ ἄρα περισσός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κϛ Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται. ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ ΑΒ περισσὸς ἀφῃρήσθω ὁ ΒΓ· λέγω ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓΑ ἄρτιός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ ΑΒ περισσός ἐστιν, ἀφῃρήσθω μονὰς ἡ ΒΔ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΑΔ ἄρτιός ἐστι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ΓΔ ἄρτιός ἐστιν· ὥστε καὶ λοιπὸς ὁ ΓΑ ἄρτιός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται. ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ ΑΒ ἄρτιος ἀφῃρήσθω ὁ ΒΓ· λέγω ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓΑ περισσός ἐστιν. ἀφῃρήσθω γὰρ μονὰς ἡ ΑΔ· ὁ ΔΒ ἄρα ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ ΒΓ ἄρτιος· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΓΔ ἄρτιός ἐστι. περισσὸς ἄρα ὁ ΓΑ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται. περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α ἄρτιον τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω ὅτι ὁ Γ ἄρτιός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ Β, ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ Α μονάδες. καί ἐστιν ὁ Β ἄρτιος· ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐξ ἀρτίων. ἐὰν δὲ ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν. ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κθ Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται. περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α περισσὸν τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω ὅτι ὁ Γ περισσός ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ Β, ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ Α μονάδες. καί ἐστιν ἑκάτερος τῶν Α, Β περισσός· ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν, ὧν τὸ πλῆθος περισσόν. ὥστε ὁ Γ περισσός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α ἄρτιον τὸν Β μετρείτω· λέγω ὅτι καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει. ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ, μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Γ· λέγω ὅτι ὁ Γ οὐκ ἔστι περισσός. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὸν Γ, ὁ Α ἄρα τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ὁ Β ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν, ὧν τὸ πλῆθος περισσόν ἐστιν. ὁ Β ἄρα περισσός ἐστιν· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ἄρτιος. οὐκ ἄρα ὁ Γ περισσός ἐστιν· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ. ὥστε ὁ Α τὸν Β μετρεῖ ἀρτιάκις. διὰ δὴ τοῦτο καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ, καὶ πρὸς τὸν διπλασίονα αὐτοῦ πρῶτος ἔσται. περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α πρός τινα ἀριθμὸν τὸν Β πρῶτος ἔστω, τοῦ δὲ Β διπλασίων ἔστω ὁ Γ· λέγω ὅτι ὁ Α καὶ πρὸς τὸν Γ πρῶτός ἐστιν. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ Α, Γ πρῶτοι, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Δ. καί ἐστιν ὁ Α περισσός· περισσὸς ἄρα καὶ ὁ Δ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ περισσὸς ὢν τὸν Γ μετρεῖ, καί ἐστιν ὁ Γ ἄρτιος, καὶ τὸν ἥμισυν ἄρα τοῦ Γ μετρήσει ὁ Δ. τοῦ δὲ Γ ἥμισύ ἐστιν ὁ Β· ὁ Δ ἄρα τὸν Β μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Α· ὁ Δ ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Γ πρῶτος οὔκ ἐστιν. οἱ Α, Γ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἕκαστος ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον. ἀπὸ γὰρ δυάδος τῆς Α δεδιπλασιάσθωσαν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ Β, Γ, Δ· λέγω ὅτι οἱ Β, Γ, Δ ἀρτιάκις ἄρτιοί εἰσι μόνον. ὅτι μὲν οὖν ἕκαστος τῶν Β, Γ, Δ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι, φανερόν· ἀπὸ γὰρ δυάδος ἐστὶ

† [illegible] ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος [illegible] ἀριθμὸς [illegible] ἀρτιάκις ἄρτιον ὀνομάζων [illegible] ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον [illegible] ἀρτιάκις ἄρτιος ὀνομάζεται [illegible]

[illegible]
[illegible]
[illegible]

διπλασιασθείς. λέγω δὴ ὅτι ὁ ἥμισυς αὐτοῦ· ἐκκείσθω ὁ ἀριθμὸς ὁ ε. ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ
ἑξῆς ἀνάλογον ἀριθμοί. ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ α, δυάς ἐστιν, ὁ μέγιστος τῶν α β γ δ· ὁ δ, ὑπ' οὐδενὸς
ἄλλου μετρηθήσεται, παρὲξ τῶν α β γ. καί ἐστιν ἕκαστος τῶν α β γ, ἄρτιος· ὁ δ ἄρα, ἀρτιάκις
ἄρτιός ἐστι μόνον. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἑκάτερος τῶν β γ, ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον:-
Ἐὰν ἀριθμὸς τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον· ἀριθμὸς γὰρ ὁ α, τὸν ἥμισυν λγ
ἐχέτω περισσόν· λέγω ὅτι ὁ α, ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον· ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις περισσός ἐστι,
φανερόν· ὁ γὰρ ἥμισυς αὐτοῦ περισσὸς ὤν, μετρεῖ αὐτὸν ἀρτιάκις. λέγω δὴ ὅτι καὶ μόνον.
εἰ γὰρ ἔσται ὁ α καὶ ἀρτιάκις ἄρτιος, ὁ ἥμισυς αὐτοῦ ἄρτιός ἐστι· καὶ μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου κατὰ
ἄρτιον ἀριθμόν· ὥστε ὁ ἥμισυς αὐτοῦ, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ, περισσὸς ὤν·
ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· ὁ α ἄρα ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-
Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ· μήτε τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, λδ
ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι, καὶ ἀρτιάκις περισσός· ἀριθμὸς γὰρ ὁ α, μήτε τῶν ἀπὸ
δυάδος διπλασιαζομένων ἔστω, μήτε τὸν ἥμισυν ἐχέτω περισσόν· λέγω ὅτι ὁ α, ἀρτιάκις
τε ἐστὶν ἄρτιος, καὶ ἀρτιάκις περισσός· ὅτι μὲν οὖν ὁ α ἀρτιάκις ἐστὶν ἄρτιος, φανερόν·
τὸν γὰρ ἥμισυν οὐκ ἔχει περισσόν· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἀρτιάκις περισσός ἐστιν. ἐὰν γὰρ τὸν α
τέμνωμεν δίχα, καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ δίχα, καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιῶμεν, εἴς τινα περισσὸν ἀριθμὸν
καταντήσομεν, ὃς μετρήσει τὸν α κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν· εἰ γὰρ οὐ καταντήσομεν εἴς τινα
ἀριθμὸν περισσόν, ὃς μετρήσει τὸν α κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν, καταντήσομεν εἰς δυάδα· καὶ ἔσται
ὁ α, τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται· ὥστε ὁ α, καὶ ἀρτιάκις περισσός ἐ-
στιν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιος· ὁ α ἄρα, ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι, καὶ ἀρτιάκις περισσός· ὅπερ
ἔδει δεῖξαι:-
Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον· ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπό τε τοῦ λε
δευτέρου καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσοι τῷ πρώτῳ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον,
οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας· ἔστωσαν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς
ἀνάλογον, οἱ α βγ δ εζ· ἀρχόμενοι ἀπὸ ἐλαχίστου τοῦ α· καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ βγ καὶ τοῦ
εζ, τῷ α ἴσος ἑκάτερος τῶν βη εθ· λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ ηγ πρὸς τὸν α, οὕτως ὁ θζ πρὸς τοὺς
α βγ δ. κείσθω γὰρ τῷ μὲν βγ ἴσος ὁ ζκ· τῷ δὲ δ ἴσος ὁ ζλ· καὶ ἐπεὶ ὁ ζκ τῷ βγ ἴσος ἐστίν, ὧν
ὁ εθ τῷ βη ἐστὶν ἴσος, λοιπὸς ἄρα ὁ θκ λοιπῷ τῷ ηγ ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ εζ πρὸς τὸν δ,
οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν βγ, καὶ ὁ βγ πρὸς τὸν α, ἴσος δὲ ὁ μὲν δ τῷ ζλ, ὁ δὲ βγ τῷ ζκ, ὁ δὲ α τῷ
ζθ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ εζ πρὸς τὸν λζ, οὕτως ὁ λζ πρὸς τὸν ζκ, καὶ ὁ ζκ πρὸς τὸν ζθ· διελόντι, ὡς ὁ ελ πρὸς
τὸν λζ, οὕτως ὁ λκ πρὸς τὸν ζκ, καὶ ὁ κθ πρὸς τὸν ζθ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν
ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ κθ πρὸς τὸν
ζθ, οὕτως οἱ ελ λκ κθ, πρὸς τοὺς λζ κζ θζ· ἴσος δὲ ὁ μὲν κθ, τῷ βη· ὁ δὲ ζθ τῷ α· οἱ δὲ λζ κζ θζ, τοῖς
δ βγ α· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ βη πρὸς τὸν α, οὕτως ὁ εθ πρὸς τοὺς δ βγ α· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ
πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-
Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐκτεθῶσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ λς
ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται· καὶ ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν ἔσχατον πολλαπλασιασθεὶς

α β γ η β δ ιη ια ε ζ λ κ θ η δ θ β

διπλασία
β δ κγ νβ
διπλασία
ς ϛ ιη μδ

ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος τέλειος ἔσται. Ἀπὸ γὰρ μονάδος ἐκκείσθωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐν τῇ διπλα-
σίονι ἀναλογίᾳ ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, οἱ Α Β Γ Δ· καὶ τῷ σύμπαντι
ἴσος ὁ Ε· καὶ ὁ Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας, τὸν ΖΗ ποιείτω· λέγω ὅτι ὁ ΖΗ τέλειός ἐστιν. ὅσοι γάρ εἰ-
διὰ τὸ ιδ΄ τοῦ ζ΄ σιν οἱ Α Β Γ Δ τῷ πλήθει, τοσοῦτοι ἀπὸ τοῦ Ε εἰλήφθωσαν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, οἱ Ε ΘΚ
Λ Μ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Μ· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Ε Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ
τῶν Α Μ. καί ἐστιν ὁ ἐκ τῶν Ε Δ ὁ ΖΗ· καὶ ὁ ἐκ τῶν Α Μ ἄρα ἐστὶν ὁ ΖΗ· ὁ Α ἄρα τὸν Μ πολλαπλα-
διὰ τὸ ιθ΄ τοῦ ζ΄ σιάσας, τὸν ΖΗ πεποίηκεν· ὁ Μ ἄρα τὸν ΖΗ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. καί ἐστι δυὰς
ὁ Α· διπλάσιος ἄρα ἐστὶν ὁ ΖΗ τοῦ Μ. εἰσὶ δὲ καὶ οἱ Μ Λ ΘΚ Ε, ἑξῆς διπλάσιοι ἀλλήλων· οἱ
Ε ΘΚ Λ Μ ΖΗ ἄρα, ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ· ἀφῃρήσθω δὴ ἀπὸ τοῦ
διὰ τὸ λε΄ τοῦ θ΄ δευτέρου τοῦ ΘΚ καὶ τοῦ ἐσχάτου τοῦ ΖΗ, τῷ πρώτῳ τῷ Ε ἴσος, ἑκάτερος τῶν ΘΝ ΖΞ· ἔστιν ἄρα ὡς
ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ ἀριθμοῦ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ
αὐτοῦ πάντας· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΝΚ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ ΞΗ πρὸς τοὺς Μ Λ ΚΘ Ε· καί ἐστιν ὁ ΝΚ ἴσος
τῷ Ε· καὶ ὁ ΞΗ ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς Μ Λ ΚΘ Ε· ἔστι δὲ καὶ ὁ ΖΞ τῷ Ε ἴσος· ὁ δὲ Ε τοῖς Α Β Γ Δ, καὶ τῇ
μονάδι· ὅλος ἄρα ὁ ΖΗ ἴσος ἐστὶ τοῖς τε Ε ΚΘ Λ Μ καὶ τοῖς Α Β Γ Δ καὶ τῇ μονάδι· καὶ μετρεῖται
διὰ τὸ ιγ΄ τοῦ θ΄ ὑπ' αὐτῶν. λέγω ὅτι ὁ ΖΗ καὶ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται, παρὲξ τῶν Α Β Γ Δ Ε ΘΚ Λ Μ
καὶ τῆς μονάδος. εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείτω τις τὸν ΖΗ, ὁ Ο· καὶ ὁ Ο μηδενὶ τῶν Α Β Γ Δ Ε ΘΚ Λ Μ
ἔστω ὁ αὐτός· καὶ ὁσάκις ὁ Ο τὸν ΖΗ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Π· ὁ Π ἄρα τὸν Ο
πολλαπλασιάσας, τὸν ΖΗ πεποίηκεν· ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας, τὸν ΖΗ πεποίη-
διὰ τὸ ιθ΄ τοῦ ζ΄ κεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Π, ὁ Ο πρὸς τὸν Δ· καὶ ἐπεὶ ἀπὸ μονάδος ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Α Β
Γ Δ· ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ Α πρῶτός ἐστιν, ὁ Δ ἄρα ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται
διὰ τὸ ιγ΄ τοῦ θ΄ παρὲξ τῶν Α Β Γ· καὶ ὑπόκειται ὁ Ο, οὐδενὶ τῶν Α Β Γ ὁ αὐτός· οὐκ ἄρα μετρήσει ὁ Ο τὸν Δ· ἀλλ'
ὡς ὁ Ο πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Π· οὐδὲ ὁ Ε ἄρα τὸν Π μετρεῖ· καί ἐστιν ὁ Ε πρῶτος· πᾶς δὲ πρῶτος
διὰ τὸ λα΄ τοῦ ζ΄ ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθμὸν ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν· οἱ Ε Π ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους
εἰσίν· οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς,
διὰ τὸ κα΄ τοῦ ζ΄ ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· καί ἐστιν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Π, ὁ Ο πρὸς
διὰ τὸ κ΄ τοῦ ζ΄ τὸν Δ· ἰσάκις ἄρα ὁ Ε τὸν Ο μετρεῖ, καὶ ὁ Π τὸν Δ· ὁ δὲ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρεῖται, παρὲξ
τῶν Α Β Γ· ὁ Π ἄρα ἑνὶ τῶν Α Β Γ ἐστὶν ὁ αὐτός· ἔστω τῷ Β ὁ αὐτός· καὶ ὅσοι εἰσὶν οἱ Β Γ Δ
τῷ πλήθει, τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἀπὸ τοῦ Ε, οἱ Ε ΘΚ Λ· καὶ εἰσὶν οἱ Ε ΘΚ Λ τοῖς Β Γ Δ, ἐν τῷ
διὰ τὸ ιδ΄ τοῦ ζ΄ αὐτῷ λόγῳ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Λ· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Β Λ, ἴσος ἐστὶ τῷ
ἐκ τῶν Δ Ε· ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν Δ Ε, ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Π Ο· καὶ ὁ ἐκ τῶν Π Ο ἄρα, ἴσος ἐστὶ τῷ
ἐκ τῶν Β Λ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Π πρὸς τὸν Β, ὁ Λ πρὸς τὸν Ο· καί ἐστιν ὁ Π, τῷ Β ὁ αὐτός· καὶ ὁ Λ ἄρα
διὰ τὸ ιθ΄ τοῦ ζ΄ τῷ Ο ἐστὶν ὁ αὐτός· ὅπερ ἀδύνατον· ὁ γὰρ Ο ὑπόκειται μηδενὶ τῶν ἐκκειμένων ὁ αὐτός· οὐκ ἄρα
διὰ τὸν ὅρον τὸν ΖΗ μετρήσει τις ἀριθμός, παρὲξ τῶν Α Β Γ Δ Ε ΘΚ Λ Μ καὶ τῆς μονάδος· καὶ ἐδείχθη ὁ ΖΗ,
τοῖς Α Β Γ Δ Ε ΘΚ Λ Μ καὶ τῇ μονάδι ἴσος· τέλειος δὲ ἀριθμός ἐστιν, ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος
ὤν· τέλειος ἄρα ἐστὶν ὁ ΖΗ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

μ Α Β Γ Δ Ζ Ο
Ε Θ Λ Μ Ξ Π
Κ Ν Η

[illegible marginal scholia]

Ὅροι τοῦ δεκάτου τῶν Εὐκλείδου στοιχείων

Σύμμετρα μεγέθη λέγεται, τὰ τῷ αὐτῷ μέτρῳ μετρούμενα· ἀσύμμετρα δέ, ὧν μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον γενέσθαι· Εὐθεῖαι δυνάμει σύμμετροί εἰσιν, ὅταν τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα τῷ αὐτῷ χωρίῳ μετρῆται· ἀσύμμετροι δέ, ὅταν τοῖς ἀπ' αὐτῶν τετραγώνοις μηδὲν ἐνδέχηται χωρίον κοινὸν μέτρον γενέσθαι· Τούτων ὑποκειμένων, δείκνυται ὅτι τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ ὑπάρχουσιν εὐθεῖαι πλήθει ἄπειροι σύμμετροί τε καὶ ἀσύμμετροι· αἱ μὲν μήκει μόνον, αἱ δὲ καὶ δυνάμει· καλείσθω οὖν ἡ μὲν προτεθεῖσα εὐθεῖα ῥητή· καὶ αἱ ταύτῃ σύμμετροι εἴτε μήκει καὶ δυνάμει, εἴτε δυνάμει μόνον, ῥηταί· αἱ δὲ ταύτῃ ἀσύμμετροι, ἄλογοι καλείσθωσαν· καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον, ῥητόν· καὶ τὰ τούτῳ σύμμετρα, ῥητά· τὰ δὲ τούτῳ ἀσύμμετρα, ἄλογα καλείσθω· καὶ αἱ δυνάμεναι αὐτά, ἄλογοι· εἰ μὲν τετράγωνα εἴη, αὐταὶ αἱ πλευραί· εἰ δὲ ἕτερά τινα εὐθύγραμμα, αἱ ἴσα αὐτοῖς τετράγωνα ἀναγράφουσαι:~

Εὐκλείδου στοιχείων δέκατον:

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἐὰν ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀφαιρεθῇ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ· καὶ τοῦ καταλειπομένου μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ· καὶ τοῦτο ἀεὶ γίγνηται, λειφθήσεταί τι μέγεθος, ὃ ἔσται ἔλασσον τοῦ ἐκκειμένου ἐλάσσονος μεγέθους· ἔστω δύο μεγέθη ἄνισα τὰ ΑΒ, Γ· ὧν μεῖζον τὸ ΑΒ· λέγω ὅτι ἐὰν ἀπὸ τοῦ ΑΒ ἀφαιρεθῇ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ· καὶ ἀπὸ τοῦ καταλειπομένου μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ· καὶ τοῦτο ἀεὶ γίγνηται, λειφθήσεταί τι μέγεθος, ὃ ἔσται ἔλασσον τοῦ Γ μεγέθους· τὸ Γ γὰρ πολλαπλασιαζόμενον, ἔσται ποτὲ τοῦ ΑΒ μεῖζον· πεπολλαπλασιάσθω· καὶ ἔστω τὸ ΔΕ τοῦ μὲν Γ πολλαπλάσιον, τοῦ δὲ ΑΒ μεῖζον· καὶ διῃρήσθω τὸ ΔΕ, εἰς τὰ τῷ Γ ἴσα, τὰ ΔΖ, ΖΗ, ΗΕ· καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τοῦ ΑΒ, μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ τὸ ΒΘ· ἀπὸ δὲ τοῦ ΑΘ, μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ τὸ ΘΚ· καὶ τοῦτο ἀεὶ γιγνέσθω, ἕως ἂν αἱ ἐν τῷ ΑΒ διαιρέσεις, ἰσοπληθεῖς γένωνται ταῖς ἐν τῷ ΔΕ διαιρέσεσιν· ἔστωσαν οὖν αἱ ΑΚ, ΚΘ, ΘΒ διαιρέσεις, ἰσοπληθεῖς οὖσαι ταῖς ΔΖ, ΖΗ, ΗΕ· καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ΔΕ τοῦ ΑΒ· καὶ ἀφῄρηται ἀπὸ μὲν τοῦ ΔΕ ἔλασσον τοῦ ἡμίσεος τὸ ΕΗ· ἀπὸ δὲ τοῦ ΑΒ, μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ τὸ ΒΘ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΗΔ, λοιποῦ τοῦ ΘΑ, μεῖζόν ἐστι· καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ΗΔ τοῦ ΘΑ· καὶ ἀφῄρηται τοῦ μὲν ΗΔ, ἥμισυ τὸ ΗΖ· τοῦ δὲ ΘΑ, μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ τὸ ΘΚ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΔΖ λοιποῦ τοῦ ΑΚ, μεῖζόν ἐστιν· ἴσον δὲ τὸ ΔΖ τῷ Γ· καὶ τὸ Γ ἄρα τοῦ ΑΚ μεῖζόν ἐστιν· ἔλασσον ἄρα τὸ ΑΚ τοῦ Γ· καταλείπεται ἄρα ἀπὸ τοῦ ΑΒ μεγέθους, τὸ ΑΚ μέγεθος, ἔλασσον ὂν τοῦ ἐκκειμένου ἐλάσσονος μεγέθους τοῦ Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι: Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, κἂν ἡμίση ᾖ τὰ ἀφαιρούμενα:~

Ἐκκείσθω δύο μεγέθη ἄνισα τὰ ΑΒ, Γ· καὶ ἔστω ἔλασσον τὸ Γ, πολλαπλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ ΑΒ μεγέθους μεῖζον· γεγονέτω ὡς τὸ ΞΜ· καὶ διῃρήσθω εἰς τὰ ἴσα τῷ Γ, τὰ ΜΘ, ΘΗ, ΗΞ· καὶ ἀπὸ τοῦ ΑΒ ἀφῃρήσθω μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ τὸ ΕΒ· καὶ ἀπὸ τοῦ ΕΑ, μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ τὸ ΕΔ· καὶ τοῦτο γινέσθω ἕως ἂν αἱ τοῦ ΞΜ διαιρέσεις, ἴσαι γένωνται ταῖς ἐν τῷ ΑΒ διαιρέσεσι· γεγονέτωσαν ὡς αἱ ΒΕ, ΕΔ, ΔΑ· καὶ τῷ ΔΑ ἑκάστῳ τῶν ΚΛ, ΛΝ, ΝΞ ἴσον ἔστω· καὶ τοῦτο γινέσθω, ἕως ἂν αἱ διαιρέσεις τοῦ ΚΞ, ἴσαι γένωνται ταῖς τοῦ ΞΜ· καὶ ἐπεὶ τὸ ΒΕ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισύ ἐστι τοῦ ΑΒ, τὸ ΒΕ μεῖζόν ἐστι τοῦ ΕΑ· πολλῷ ἄρα μεῖζόν ἐστι τοῦ ΔΑ· ἀλλὰ τὸ ΔΑ, ἴσον ἐστὶ τῷ ΞΝ· τὸ ΒΕ ἄρα μεῖζόν ἐστι τοῦ ΝΞ· πάλιν ἐπεὶ τὸ ΕΔ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισύ ἐστι τοῦ ΕΑ, μεῖζόν ἐστι τοῦ ΔΑ· ἀλλὰ τὸ ΔΑ, ἴσον ἐστὶ τῷ ΝΛ· τὸ ΔΕ ἄρα μεῖζόν ἐστι τοῦ ΝΛ· ὅλον δ' ἄρα τὸ ΔΒ, μεῖζόν ἐστι τοῦ ΞΛ· ἴσον δὲ τὸ ΔΑ τῷ ΛΚ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒ, μεῖζόν ἐστι τοῦ ΞΚ· ἀλλὰ τοῦ ΒΑ μεῖζόν ἐστι τὸ ΜΞ· πολλῷ ἄρα τὸ ΜΞ μεῖζόν ἐστι τοῦ ΞΚ· καὶ ἔστι τὰ ΞΝ, ΝΛ, ΛΚ·

[illegible marginal scholia]

ἰσάκις ἀλλήλοις ἐστίν· ἔστι δὲ καὶ τὰ μεγέθη ἰσάκις ἀλλήλοις· καὶ ἔστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ἐν τῷ ΜΞ τῷ
πλήθει τῶν ἐν τῷ ΞΚ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΚΛ πρὸς τὸ ΖΗ, οὕτως τὸ ΞΚ πρὸς τὸ ΖΘ· μεῖζον δὲ τὸ ΖΘ τοῦ
ΞΚ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΖΗ τοῦ ΛΚ. ἀλλ' ἔστι τὸ μὲν ΖΗ, ἴσον τῷ Γ· τὸ δὲ ΚΛ τῷ ΑΒ· τὸ Γ ἄρα, μεῖζον ἐστὶ

β Ἐὰν δύο μεγεθῶν ἐκκειμένων ἀνίσων ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος | τοῦ ΑΒ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι
ἀπὸ τοῦ μείζονος· τὸ καταλειπόμενον μηδέποτε καταμετρῇ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ, ἀσύμμετρα ἔσται
τὰ μεγέθη· δύο γὰρ μεγεθῶν ὄντων ἀνίσων τῶν ΑΒ ΓΔ· καὶ ὄντος ἐλάσσονος τοῦ ΑΒ, ἀνθυ-
φαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, τὸ περιλειπόμενον μηδέποτε καταμετρείτω
τὸ πρὸ ἑαυτοῦ. λέγω ὅτι ἀσύμμετρά ἐστι τὰ ΑΒ ΓΔ μεγέθη· εἰ γάρ ἐστι σύμμετρα, μετρήσει
τι αὐτὰ μέγεθος. μετρείτω, εἰ δυνατόν· καὶ ἔστω τὸ Ε· καὶ τὸ μὲν ΑΒ τὸ ΖΔ καταμετροῦν, λει-
πέτω ἑαυτοῦ ἔλασσον τὸ ΓΖ· τὸ δὲ ΓΖ, τὸ ΒΗ καταμετροῦν, λειπέτω ἑαυτοῦ ἔλασσον τὸ ΑΗ· καὶ
τοῦτο ἀεὶ γινέσθω, ἕως οὗ λειφθῇ τι μέγεθος ὅ ἐστιν ἔλασσον τοῦ Ε· γεγονέτω, καὶ λελείφθω
τὸ ΑΗ ἔλασσον τοῦ Ε. ἐπεὶ οὖν τὸ Ε τὸ ΑΒ μετρεῖ· ἀλλὰ τὸ ΑΒ τὸ ΔΖ μετρεῖ, καὶ τὸ Ε ἄρα τὸ ΔΖ
μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸ ΓΔ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΓΖ μετρήσει· ἀλλὰ τὸ ΓΖ, τὸ ΒΗ μετρεῖ·
καὶ τὸ Ε ἄρα τὸ ΒΗ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΗ μετρήσει· τὸ μεῖ-
ζον τὸ ἔλασσον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὰ ΑΒ ΓΔ μεγέθη, μετρήσει τι μέγεθος· ἀσύμ-
μετρα ἄρα ἐστὶ τὰ ΑΒ ΓΔ μεγέθη· ἐὰν ἄρα δύο μεγεθῶν ἀνίσων, καὶ ἑξῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

γ Δύο μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. Ἔστω τὰ δο-
θέντα δύο σύμμετρα μεγέθη, τὰ ΑΒ ΓΔ· ὧν ἔλασσον τὸ ΑΒ· δεῖ δὴ τῶν ΑΒ ΓΔ, τὸ μέ-
γιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. τὸ ΑΒ γὰρ ἤτοι μετρεῖ τὸ ΓΔ, ἢ οὔ. εἰ μὲν οὖν τὸ ΑΒ τὸ ΓΔ μετρεῖ,
μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτό, τὸ ΑΒ ἄρα κοινὸν μέτρον ἐστὶ τῶν ΑΒ ΓΔ· καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστον·
μεῖζον γὰρ τοῦ ΑΒ μεγέθους, τὸ ΑΒ οὐ μετρήσει. μὴ μετρείτω δὴ τὸ ΑΒ τὸ ΓΔ·
ἀνθυφαιρουμένου ἄρα ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, τὸ περιλειπόμενον μετρήσει
ποτὲ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ, διὰ τὸ μὴ εἶναι ἀσύμμετρα τὰ ΑΒ ΓΔ· καὶ τὸ μὲν ΑΒ τὸ ΕΔ
καταμετροῦν, λειπέτω ἑαυτοῦ ἔλασσον τὸ ΕΓ· τὸ δὲ ΕΓ τὸ ΖΒ καταμετροῦν, λειπέτω
ἑαυτοῦ ἔλασσον τὸ ΑΖ· τὸ δὲ ΑΖ, τὸ ΓΕ μετρείτω. ἐπεὶ οὖν τὸ ΑΖ τὸ ΓΕ μετρεῖ· ἀλλὰ τὸ ΓΕ, τὸ
ΖΒ μετρεῖ, καὶ τὸ ΑΖ ἄρα τὸ ΖΒ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτό· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΑΒ μετρήσει
τὸ ΑΖ· ἀλλὰ τὸ ΑΒ, τὸ ΕΔ μετρεῖ· καὶ τὸ ΑΖ ἄρα, τὸ ΕΔ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸ ΓΕ· καὶ
ὅλον ἄρα τὸ ΓΔ μετρεῖ· τὸ ΑΖ ἄρα τῶν ΑΒ ΓΔ κοινὸν μέτρον ἐστί. λέγω δὴ ὅτι καὶ μέγιστον.
εἰ γὰρ μή, ἔστω τι μεῖζον τοῦ ΑΖ, ὃ μετρήσει τὰ ΑΒ ΓΔ· μετρείτω, καὶ ἔστω τὸ Η. ἐπεὶ
οὖν τὸ Η τὸ ΑΒ μετρεῖ· ἀλλὰ τὸ ΑΒ τὸ ΕΔ μετρεῖ, καὶ τὸ Η ἄρα τὸ ΕΔ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ
ὅλον τὸ ΓΔ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΓΕ μετρήσει τὸ Η· ἀλλὰ τὸ ΓΕ, τὸ ΖΒ μετρεῖ· καὶ τὸ Η ἄρα τὸ ΖΒ με-
τρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΖ μετρήσει· τὸ μεῖζον τὸ ἔλασσον· ὅπερ
ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα μεῖζόν τι μέγεθος τοῦ ΑΖ τὰ ΑΒ ΓΔ μεγέθη μετρήσει· τὸ ΑΖ ἄρα
τῶν ΑΒ ΓΔ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστί· δύο ἄρα μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τῶν
ΑΒ ΓΔ, τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ηὕρηται τὸ ΑΖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:· πόρισμα. Ἐκ δὴ τούτου φα-
νερόν, ὅτι ἐὰν μέγεθος δύο μεγέθη μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει:~

Τριῶν μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. ἔστω τὰ δοθέντα δ ι
τρία μεγέθη σύμμετρα, τὰ α β γ. δεῖ δὴ τῶν α β γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. εἰλήφθω
γὰρ τῶν α β τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον· καὶ ἔστω τὸ δ. τὸ δὴ δ τὸ γ ἤτοι μετρεῖ, ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω
πρότερον. ἐπεὶ οὖν τὸ δ τὸ γ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὰ α β· τὸ δ ἄρα τὰ α β γ μετρεῖ· τὸ δ ἄρα τῶν
α β γ κοινὸν μέτρον ἐστί. καὶ φανερὸν ὅτι καὶ μέγιστον· μεῖζον γὰρ τοῦ δ μεγέθους τὰ α β γ οὐ
μετρεῖ. εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείτω τὰ α β γ, μεῖζον τοῦ δ μέγεθος τὸ ε. καὶ ἐπεὶ τὸ ε τὰ α β γ μετρεῖ,
καὶ τὰ α β μετρήσει· καὶ τὸ τῶν α β μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει τὸ δ· τὸ μεῖζον τὸ ἔλαττον·
ὅπερ ἀδύνατον. μὴ μετρείτω δὴ τὸ δ τὸ γ. λέγω πρῶτον, ὅτι σύμμετρά ἐστι τὰ γ δ. ἐπεὶ γὰρ
σύμμετρά ἐστι τὰ α β γ, μετρήσει τι αὐτὰ μέγεθος· ὃ δηλαδὴ καὶ τὰ α β μετρήσει· ὥστε καὶ
τὸ τῶν α β μέγιστον κοινὸν μέτρον τὸ δ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸ γ· ὥστε τὸ εἰρημένον μέγεθος,
μετρήσει τὰ γ δ· σύμμετρα ἄρα ἐστὶ τὰ γ δ. εἰλήφθω αὐτῶν τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον· καὶ
ἔστω τὸ ε. ἐπεὶ οὖν τὸ ε τὸ δ μετρεῖ, ἀλλὰ τὸ δ τὰ α β μετρεῖ, καὶ τὸ ε ἄρα τὰ α β μετρεῖ. μετρεῖ δὲ
καὶ τὸ γ. τὸ ε ἄρα τῶν α β γ κοινὸν μέτρον ἐστί. λέγω δὴ ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τι
τοῦ ε μεῖζον μέγεθος τὸ ζ, καὶ μετρείτω τὰ α β γ. καὶ ἐπεὶ τὸ ζ τὰ α β γ μετρεῖ, καὶ τὰ α β μετρήσει·
καὶ τὸ τῶν α β ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν α β μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶ
τὸ δ· τὸ ζ ἄρα τὸ δ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸ γ· τὸ ζ ἄρα τὰ γ δ μετρεῖ· καὶ τὸ τῶν γ δ ἄρα μέγιστον
κοινὸν μέτρον μετρήσει τὸ ζ. τὸ δὲ τῶν γ δ μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶ τὸ ε· τὸ ζ ἄρα τὸ ε μετρεῖ·
τὸ μεῖζον τὸ ἔλασσον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μεῖζόν τι τοῦ ε μεγέθους μέγεθος, τὰ α β γ
μεγέθη μετρεῖ. τὸ ε ἄρα τῶν α β γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστίν, ἐὰν μὴ μετρῇ τὸ δ τὸ γ.
ἐὰν δὲ μετρῇ, αὐτὸ τὸ δ. τριῶν ἄρα μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον
εὕρηται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι: πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν μέγεθος τρία μεγέθη
μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει. ὁμοίως δὴ καὶ ἐπὶ πλειόνων, τὸ μέ-
γιστον κοινὸν μέτρον ληφθήσεται· καὶ τὸ πόρισμα προχωρήσει:~

α β γ δ ε ζ

Τὰ σύμμετρα μεγέθη, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. ἔστω σύμ- ε ι
μετρα μεγέθη, τὰ α β. λέγω ὅτι τὸ α πρὸς τὸ β, λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. ἐπεὶ γὰρ
σύμμετρά ἐστι τὰ α β, μετρήσει τι αὐτὰ μέγεθος. μετρείτω· καὶ ἔστω τὸ γ. καὶ ὁσάκις τὸ γ τὸ α
μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ δ. ὁσάκις δὲ τὸ γ τὸ β μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες
ἔστωσαν ἐν τῷ ε. ἐπεὶ οὖν τὸ γ τὸ α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ δ μονάδας, μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς
τὸν δ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν δ μετρεῖ, καὶ τὸ γ μέγεθος τὸ α·
ἔστιν ἄρα ὡς τὸ γ πρὸς τὸ α, οὕτως ἡ μονὰς πρὸς τὸν δ. ἀνάπαλιν ἄρα ὡς τὸ α πρὸς τὸ γ,
οὕτως ὁ δ πρὸς τὴν μονάδα. πάλιν ἐπεὶ τὸ γ τὸ β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ ε μονάδας, μετρεῖ
καὶ ἡ μονὰς τὸν ε κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν ε μετρεῖ, καὶ τὸ γ τὸ β·
ἔστιν ἄρα ὡς τὸ γ πρὸς τὸ β, οὕτως ἡ μονὰς πρὸς τὸν ε. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ α πρὸς τὸ γ, οὕτως ὁ δ πρὸς
τὴν μονάδα· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως ὁ δ ἀριθμὸς πρὸς τὸν ε. τὰ ἄρα σύμμετρα
μεγέθη τὰ α β πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς ὁ δ πρὸς ἀριθμὸν τὸν ε· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

α γ β δ ε

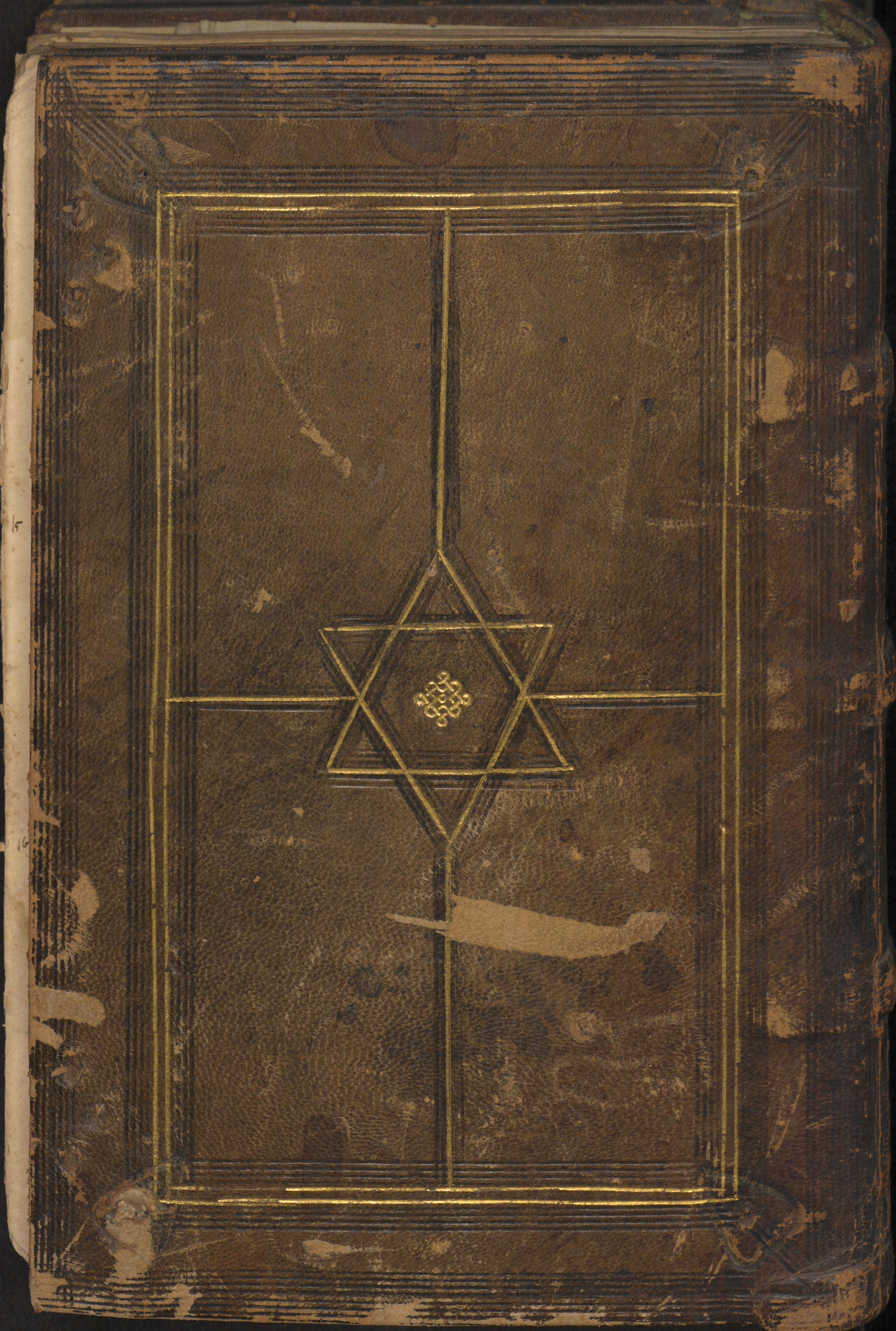
Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, σύμμετρα ἔσται τὰ με- ς ι
γέθη. δύο γὰρ μεγέθη τὰ α β, πρὸς ἄλληλα λόγον ἐχέτω ὃν ἀριθμὸς ὁ δ πρὸς ἀριθμὸν τὸν ε. λέγω

ὅτι σύμμετρά ἐστι τὰ α, β μεγέθη. ὅσαι γάρ εἰσιν ἐν τῷ δ μονάδες, εἰς τοσαῦτα ἴσα διῃρήσθω τὸ α·
καὶ ἑνὶ αὐτῶν ἴσον ἔστω τὸ γ. ὅσαι δέ εἰσιν ἐν τῷ ε μονάδες, ἐκ τοσούτων μεγεθῶν ἴσων τῷ γ, συγ-
κείσθω τὸ ζ. ἐπεὶ οὖν ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ δ μονάδες, τοσαῦτά εἰσι καὶ ἐν τῷ α μεγέθη ἴσα τῷ γ, ὃ
ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ μονὰς τοῦ δ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τὸ γ τοῦ α. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ γ πρὸς τὸ α, οὕτως
ἡ μονὰς πρὸς τὸν δ. μετρεῖ δὲ ἡ μονὰς τὸν δ ἀριθμόν· μετρεῖ ἄρα καὶ τὸ γ τὸ α. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ
γ πρὸς τὸ α, οὕτως ἡ μονὰς πρὸς τὸν δ ἀριθμόν, ἀνάπαλιν ἄρα ὡς τὸ α πρὸς τὸ γ, οὕτως ὁ δ ἀριθμὸς
πρὸς τὴν μονάδα. πάλιν ἐπεὶ ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ ε μονάδες, τοσαῦτά εἰσι καὶ ἐν τῷ ζ μεγέθη
ἴσα τῷ γ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ γ πρὸς τὸ ζ, οὕτως ἡ μονὰς πρὸς τὸν ε ἀριθμόν. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ α
πρὸς τὸ γ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὴν μονάδα. δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ α πρὸς τὸ ζ, οὕτως ὁ δ πρὸς τὸν ε.
ἀλλ' ὡς ὁ δ πρὸς τὸν ε, οὕτως τὸ α πρὸς τὸ β· καὶ ὡς ἄρα τὸ α πρὸς τὸ β, οὕτως τὸ α πρὸς τὸ ζ· τὸ α ἄρα
πρὸς ἑκάτερον τῶν β, ζ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ β τῷ ζ. μετρεῖ δὲ τὸ γ τὸ ζ· με-
τρεῖ ἄρα καὶ τὸ β. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ α· τὸ γ ἄρα τὰ α, β μετρεῖ. σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ α τῷ β. ἐὰν
ἄρα δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, σύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι: πόρισμα. Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ὦσι δύο ἀριθμοὶ ὡς οἱ δ, ε, καὶ εὐθεῖα
15 ὡς ἡ α, δυνατόν ἐστι ποιῆσαι ὡς τὸν δ ἀριθμὸν πρὸς τὸν ε ἀριθμόν, οὕτως τὴν εὐθεῖαν πρὸς εὐθεῖαν.
ἐὰν δὲ καὶ τῶν α, ζ μέση ἀνάλογον ληφθῇ ὡς ἡ β, ἔσται ὡς ἡ α πρὸς τὴν ζ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς α
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς β· τουτέστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ
ἀπὸ τῆς δευτέρας, τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. ἀλλ' ὡς ἡ α πρὸς τὴν ζ, οὕτως ἐστὶν ὁ δ
ἀριθμὸς πρὸς τὸν ε ἀριθμόν· γέγονεν ἄρα καὶ ὡς ὁ δ ἀριθμὸς πρὸς τὸν ε ἀριθμόν, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς
α εὐθείας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς β εὐθείας: ἄλλως τὸ ς'. Δύο γὰρ μεγέθη τὰ α, β πρὸς ἄλληλα λόγον
ἐχέτω, ὃν ἀριθμὸς ὁ γ πρὸς ἀριθμὸν τὸν δ· λέγω ὅτι σύμμετρά ἐστι τὰ μεγέθη. ὅσαι γάρ εἰσι
ἐν τῷ γ μονάδες, εἰς τοσαῦτα ἴσα διῃρήσθω τὸ α· καὶ ἑνὶ αὐτῶν ἴσον ἔστω τὸ ε· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς
πρὸς τὸν γ ἀριθμόν, τὸ ε πρὸς τὸ α. ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ γ πρὸς τὸν δ, τὸ α πρὸς τὸ β· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν
ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν δ, τὸ ε πρὸς τὸ β. μετρεῖ δὲ ἡ μονὰς τὸν δ· μετρεῖ ἄρα καὶ τὸ ε τὸ β. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸ
α· ἐπεὶ καὶ ἡ μονὰς τὸν γ· τὸ ε ἄρα τὰ α, β μετρεῖ· τὰ α, β ἄρα σύμμετρά ἐστι. ὅπερ ἔδει

ζ' Τὰ ἀσύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. [illegible]
ἔστω ἀσύμμετρα μεγέθη τὰ α, β· λέγω ὅτι τὸ α πρὸς τὸ β λόγον οὐκ ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.
16 εἰ γὰρ ἔχει τὸ α πρὸς τὸ β λόγον ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, σύμμετρον ἔσται τὸ α τῷ β· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα
τὸ α πρὸς τὸ β λόγον ἔχει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. τὰ ἄρα ἀσύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει

η' Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, ἀσύμ- [illegible] ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν:
μετρα ἔσται τὰ μεγέθη. δύο γὰρ μεγέθη τὰ α, β πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἐχέτω ὃν ἀριθμὸς
πρὸς ἀριθμόν· λέγω ὅτι ἀσύμμετρά ἐστι τὰ α, β μεγέθη. εἰ γὰρ σύμμετρόν ἐστι τὸ α τῷ β, λόγον
ἕξει ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν· οὐκ ἔχει δέ· ἀσύμμετρα ἄρα ἐστὶ τὰ α, β μεγέθη. ἐὰν ἄρα δύο με-
γέθη πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, ἀσύμμετρα ἔσται:

θ' Τὰ ἀπὸ τῶν μήκει συμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος
ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα ὃν τετρά-
γωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, καὶ τὰς πλευρὰς ἕξει συμμέτρους. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν μήκει



311